Phys
3300
20

WIDENER LIBRARY
HX DHTF

Digitized by Google

Phys 3300.20

HARVARD COLLEGE LIBRARY

BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787–1855)
OF BOSTON

FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

6

THÉORIE

PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE

DES

PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-DYNAMIQUES

ET DU MAGNÉTISME;

PAR A. MASSON,

Ancien élève répétiteur à l'École Normale; agrégé pour les sciences; professeur de physique et de chimie au Collége royal de Caen; membre du Conseil académique et de l'Académie royale des Sciences, Arts et Belles-Lettres de la même ville, etc.

PARIS.

CROCHARD ET Cie, LIBRAIRES-ÉDITEURS,

PLACE DE L'ÉCOLE-DE-MÉDECINE, N° 13.

1838.

Digitized by Google

~~Phys 3300.19~~
Phys 3300.20

HARVARD COLLEGE LIBRARY
DEGRAND FUND
Mar. 7, 1924 3

IMPRIMERIE DE TERZUOLO,
rue de Vaugirard, n. 11.

Digitized by Google

A MONSIEUR

SAVARY,

MEMBRE DE L'INSTITUT, PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, ETC.

Témoignage de ma vive reconnaissance pour sa bienveillance et son amitié.

A. MASSON.

Digitized by Google

Digitized by Google

THÉORIE

DES

PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-DYNAMIQUES

ET DU MAGNÉTISME.

Les époques où l'on a ramené à un principe unique des phénomènes considérés auparavant comme appartenant à des causes absolument différentes, ont été presque toujours accompagnées de la découverte de nouveaux faits.

(Ampère, *Théorie des Phénomènes électro-dynamiques.*)

INTRODUCTION.

La science de l'électricité présente dans son histoire trois périodes parfaitement distinctes : la première paraît commencer 600 ans avant Jésus-Christ, avec Thalès, qui connaissait, dit-on, la propriété dont jouit l'ambre quand il est frotté d'attirer les corps légers. A cette période appartient la machine électrique, la bouteille de Leyde, les paratonnerres et la plupart des découvertes qui regardent l'électricité développée par le frottement. — La seconde s'ouvre à l'époque où Galvani (1790) et Wolta (1800) constatent, l'un les commotions exercées sur des grenouilles, par un arc métallique hétérogène, l'autre les effets de la pile qui porte son nom. A cette partie de la science se rattachent la plupart des observations faites sur l'électricité développée par le contact et les belles découvertes de Davy sur les métaux alcalins et terreux, base de la théorie électro-chimique. — La troisième enfin date d'Œrsted : Œrsted en 1819 signale à l'attention des natura-

Digitized by Google

listes la puissance que possèdent les courants électriques de dévier l'aiguille aimantée de sa position normale. Le monde savant tout entier s'est ébranlé à la voix du physicien danois. De toutes parts on s'est élancé dans la carrière nouvelle qu'il ouvrait à la science, mais c'est à la France qu'il a été donné de la parcourir avec le plus de bonheur et de succès. C'est elle qui, ramenant à l'unité les phénomènes divers recueillis sur ce point (telle a toujours été chez nous la tendance marquée de l'esprit scientifique), en a créé la philosophie. Après avoir découvert les actions réciproques des courants (1820), Ampère, suivant pas à pas la route tracée par Newton, est parvenu, par la puissance du calcul et la force de son génie, à ramener à une seule loi les phénomènes compliqués de l'électricité en mouvement et du magnétisme, et cette loi qui généralise des faits constatés par l'expérience et non des causes soupçonnées par une sorte d'intuition plus ou moins suspecte restera éternellement comme l'expression même de la nature.

Toute époque féconde en recherches et en découvertes impose une double tâche à la science : il faut recueillir et ordonner d'une part les résultats de l'observation, c'est ce que MM. Becquerel et de la Rive ont fait avec un talent et une impartialité qui ne laissent rien à désirer ; de l'autre les lois qu'une induction légitime a tirées de l'expérience, et c'est ce que je me propose de faire. MM. Becquerel et de la Rive nous ont donné l'histoire des phénomènes électro-dynamiques et du magnétisme ; j'en présenterai de nouveau la théorie.

Ce travail sera partagé en quatre sections. Dans la première, l'expérience nous conduira aux lois qui régissent les actions réciproques des courants. Dans la seconde, nous déduirons de ces lois les actions simples qui servent de base au magnétisme. Dans la troisième, nous traiterons de l'électro-magnétisme et du magnétisme terrestre. Dans la quatrième enfin, nous proposerons quelques considérations sur les causes des phénomènes électro-dynamiques et de l'électricité.

Mon but principal sera sans doute de réunir les travaux épars des géomètres qui ont étudié ces matières ; toutefois

Digitized by Google

j'essaierai, quand l'occasion s'en présentera, de simplifier leurs démonstrations et de donner à leurs principes plus de généralité et de rigueur.

Nota. Je ne ferai qu'indiquer les expériences, et je renverrai pour leurs descriptions aux différents traités de physique, et spécialement à l'excellent ouvrage, *Manuel d'électricité dynamique*, dû à M. Demonferrand, physicien et géomètre auquel l'électro-dynamique doit plusieurs de ses principaux résultats. J'éviterai en outre de citer à chaque pas les auteurs dont je donnerai les principales recherches, et me contenterai de témoigner ici ma vive reconnaissance à MM. Ampère, Savary, Liouville et Demonferrand, pour leur bienveillance, leurs conseils, et l'empressement avec lequel ils m'ont communiqué leurs travaux.

SECTION I.

DE L'ACTION RÉCIPROQUE DES COURANTS.

CHAPITRE Ier.

DÉTERMINATION DE L'ACTION EXERCÉE ENTRE DEUX ÉLÉMENTS DE COURANT.

§ 1. *Principes généraux.*

1. L'électricité se manifeste à l'observation sous deux états différents ; à l'état de tension et à l'état de courant. — Dans le premier cas, la substance électrisée attire les corps légers, elle agit à distance sur toutes les substances matérielles, et le fluide naturel qui s'y trouve accumulé en quantité indéfinie est alors décomposé. Si le corps électrisé appartient à la classe des conducteurs, les molécules électriques se réunissent à sa surface, et y forment une couche dont l'épaisseur et la figure dépendent de certaines conditions d'équilibre déterminées par les calculs de M. Poisson et les expériences de Coulomb.

Digitized by Google

L'ensemble de ces phénomènes constitue l'*électricité statique*.

2. Le second état sous lequel nous apparaît le fluide électrique résulte de sa transmission à travers les corps conducteurs. Si l'on réunit par un fil métallique les deux extrémités d'une pile, les électricités accumulées au pôle engendrent, en se croisant dans le conducteur, ces phénomènes spéciaux qu'Œrsted remarqua le premier. Les corps légers n'obéissent plus d'une manière continue à l'action du métal, son influence n'est qu'instantanée. Les substances magnétiques sont fortement attirées et l'aiguille aimantée n'a plus d'orientation. Les fils traversés par le fluide exercent les uns sur les autres (ainsi que l'a constaté Ampère) une action permanente, et enfin les éléments des corps cédant au mouvement de la matière électrique se dissocient. Tels sont les principaux phénomènes que nous présente l'électricité dans l'état particulier qu'on nomme courant, et dont l'ensemble constitue l'électro-dynamique.

3. Avant de passer à leur étude il faut bien nous entendre sur la direction du courant électrique ; nous admettrons ici, nous réservant de discuter plus tard la valeur de cette hypothèse, que les faits dont nous allons nous occuper résultent du mouvement de l'électricité positive, se rendant du pôle zinc où elle réside habituellement, vers le pôle cuivre où siége ordinairement l'électricité négative, et dans ce cas, l'expérience d'Œrsted nous donne un moyen facile de déterminer le sens de ce mouvement. En effet, concevons un observateur couché dans le courant, les bras étendus en croix et portant sur sa poitrine une aiguille aimantée, celle-ci tournera son pôle austral (1) vers le bras gauche si le courant entre par les pieds, et alors nous dirons qu'il est positif, ou vers le bras droit s'il entre par la tête, et dans ce cas nous dirons qu'il est négatif (2).

(1) Nous appellerons pôle austral celui qui, dans une aiguille librement suspendue, se dirige vers le nord.

(2) On désigne encore sous le nom de courant la portion de conducteur que suit le fluide : ainsi nous disons courant circulaire, rectangulaire, pour indiquer une portion de fil circulaire, rectangulaire traversée par l'électricité.

Digitized by Google

4. Ces notions posées, passons à la recherche des lois qui régissent l'électricité en mouvement. Il est presque inutile de dire que nous suivrons dans l'exposition des faits, non pas l'ordre historique et purement chronologique qui ne tient compte que des dates, mais l'ordre scientifique et véritablement logique qui s'appuie sur les caractères essentiels des phénomènes et sur leur dépendance mutuelle.

§ 2. *Du nombre et de la nature des éléments nécessaires à déterminer.*

5. Lorsqu'en présence d'un conducteur traversé par un courant, on place un fil mobile qu'un courant électrique traverse également, il se manifeste généralement entre ce conducteur et ce fil (et les mêmes actions ont lieu dans le vide comme dans l'air et à travers tous les corps) une action soit attractive, soit répulsive, soit révolutive. Quelles sont les lois qui président à ces actions ? L'expérience seule ne saurait les donner, et il faut, pour les obtenir, avoir recours au calcul. Il est indispensable en effet, pour déterminer l'action produite par des courants, d'établir l'expression des forces qui s'exercent entre leurs éléments et dont la première n'est qu'une résultante.

6. Ces forces plus simples ne sont pas de la nature de celles que Newton et après lui tous les géomètres ont appelées *forces élémentaires*. Ces dernières, qui résultent de l'action de deux éléments et qui s'exercent suivant la droite qui joint leurs centres de gravité, doivent être seulement fonctions de la distance, tandis que celles dont nous allons nous occuper dépendent non-seulement de cet élément (comme l'indique l'action de deux courants qui diminue très-vite quand la distance augmente), mais encore de la direction des éléments. La partie mathématique de la science que je vais traiter n'est donc pas encore parvenue au point de simplicité où nous la verrons probablement un jour, et nous devons alors déterminer par expérience :

Digitized by Google

1° La direction de la force;
2° Sa valeur.

§ 3. *Détermination de la direction de la force exercée par un élément de courant sur un autre élément.*

7. Considérons (fig. 7) deux éléments de courant dont les milieux sont m et m'. Tout ce que nous allons dire sur les moitiés mn et $m'n'$ de ces éléments s'appliquera à la totalité. θ et θ' représenteront les angles que font les courants avec la droite $m'm\ m'p$ étant parallèle à mn, nous nommerons ω l'angle des plans $mnm'p$ et $mnm'n'$. Soient ds et ds' les longueurs des éléments que nous décomposerons ainsi :

mn en deux droites rectangulaires $\left\{\begin{matrix} ds\cos\theta \\ ds\sin\theta \end{matrix}\right\}$ (A);

$m'n'$ en trois droites rectangulaires $\left\{\begin{matrix} ds'\cos\theta' \\ ds'\sin\theta' \end{matrix}\right.\left\{\begin{matrix} \cos\omega \\ \sin\omega \end{matrix}\right\}$ (B).

Nous pourrons alors remplacer l'action de mn sur $m'n'$ par la somme des actions réciproques des sytèmes (A) et (B) ; car il résulte de l'expérience que :

Expérience. L'action d'un conducteur rectiligne est la même que celle d'un conducteur sinueux terminé aux mêmes extrémités et s'écartant très-peu du premier (*Expérience d'Ampère*).

8. Cette expérience prouve que l'action d'un élément peut, comme nous l'avons annoncé, être remplacée par celles de ses projections sur des droites ou des plans quelconques, et par conséquent celle de mn par celles de mi et in, ou mo et mi, à cause du rapport infiniment grand $\frac{mm'}{mi}$; mais de toutes ces actions nous n'aurons à considérer que celles des systèmes de droites (C) $\left\{\begin{matrix} ds\cos\theta \\ ds'\cos\theta' \end{matrix}\right\}$ dirigées suivant la même ligne,

Digitized by Google

et $(D)\left\{\begin{matrix} ds \sin.\ \theta \\ ds' \sin.\ \theta' \cos.\ \omega \end{matrix}\right\}$, agissant suivant les droites parallèles entre elles et perpendiculaires à la droite qui joint leurs milieux.

Une expérience va prouver en effet qu'un élément perpendiculaire sur le milieu d'un autre est sans action sur ce dernier.

9. *Expérience.* Il n'y a aucun phénomène produit par deux courants qui, ayant même longueur et même intensité, sont superposés en sens contraire; par conséquent, dans les actions réciproques de deux fils on change le sens de l'action sans altérer son énergie lorsqu'on renverse un des courants, tandis que le renversement simultané de l'un et de l'autre ne produit aucun changement. Ces faits étant vérifiés pour des fils de grandeur finie et *quelconque* seront nécessairement vrais pour des éléments. Passons maintenant à la démonstration du théorème énoncé.

10. Prenons un élément mn; et, sur une perpendiculaire (fig. 2) au plan qui le contient, plaçons un autre élément $m'n'$. Quelle que soit l'action exercée par le premier sur le second, si l'on suppose que celui-ci se meuve suivant la droite $m'on'$ et vienne se placer en $m'n'$ à une distance du point o, pied de la perpendiculaire égale à on', l'action sera égale et de signe contraire à celle que nous avons considérée primitivement (9). Elle change donc de signe aussitôt que $m'n'$ passe au-dessous du plan, et doit par conséquent être nulle ou infinie quand cet élément se trouve partagé au point o en deux parties égales; or, le premier cas étant seul admissible, nous devons considérer comme vrai le principe dont nous avions besoin. Si les deux courants étaient situés dans un même plan, on ferait alors passer par l'un d'eux un plan perpendiculaire sur la direction de l'autre, et on retomberait dans le cas précédent.

11. L'action de deux éléments de courants agissant d'une manière quelconque dans l'espace se trouve ainsi ramenée à

Digitized by Google

celles qu'exercent entre eux des éléments situés sur une même droite et des droites parallèles, et il nous faut dans chacun de ces cas rechercher la direction de la force.

12. Prenons deux éléments mn, $m'n'$ (fig. 3) égaux à l'unité, de même intensité et marchant en sens contraire. Soit o le milieu de la droite qui les joint, il est évident que dans ce cas l'action doit passer par ce point (car nous admettrons comme axiôme que les actions mutuelles des éléments doivent être égales et directement opposées) ; de plus elle doit être située sur nn'. En effet, supposons que ob soit sa direction, α étant l'angle que fait cette droite avec les éléments, angle qui pourra être droit sans que la démonstration soit en défaut. Tout étant symétrique autour du conducteur, si je considère le point o comme le sommet d'un cône ayant α pour angle, il est évident que toutes ses génératrices pourront tout aussi bien que ob indiquer la direction de la force; il y aurait alors une infinité de manières de la représenter, ce qui n'est pas possible; elle est donc dans ce cas dirigée nécessairement suivant nn'. Si les courants mn, $m'n'$ allaient dans le même sens, on placerait sur le second un élément $m''n''$ de même longueur et de même intensité, et en sens opposé, alors il n'y aurait plus d'action; mais $m''n''$ et mn agissant suivant la droite qui les joint, $m'n'$ devra aussi agir suivant cette ligne.

13. Considérons maintenant (fig. 4) le cas de deux courants parallèles mn, $m'n'$, l'action sera encore dirigée suivant dd'. Admettons pour un instant que sa direction puisse être représentée par ob, située d'une manière quelconque dans l'espace et passant nécessairement par le point o, milieu de dd'. Je décompose alors la force en trois autres rectangulaires dirigées suivant ob' ob'' et od, et je vais démontrer que od seule n'est pas nulle. Faisons décrire à tout le système une dimi-circonférence autour de dd', il prendra une position inverse de la précédente, et les forces ob' ob'' seront les mêmes que précédemment, mais dirigées en sens contraire, et l'action totale aura changé de direction. Ce fait étant en contradiction avec l'expérience, puisque, ayant changé la direction des deux

Digitized by Google

courants, l'action ne doit pas changer, il est nécessaire que ces deux forces ob' et ob'' soient toujours nulles, donc l'action de mn sur $m'n'$ est comme dans le cas précédent dirigée suivant la droite qui joint les milieux de ces éléments. On démontrerait comme précédemment que si les courants n'allaient pas dans le même sens le théorème serait encore vrai.

14. Si l'on objectait que l'action de deux éléments ne se réduit pas à une seule force, comme nous l'avons supposé, on appliquerait le raisonnement précédent aux deux forces auxquelles on la ramènerait nécessairement, et si les courants étaient de longueur et d'intensité différentes, on les remplacerait par un certain nombre d'éléments identiques. De sorte que dans tous les cas possibles l'action de deux éléments est dirigée suivant la droite qui joint les milieux, et se réduit alors à la somme des forces exercées par les systèmes :

$$\left\{\begin{matrix} ds \cos \theta \\ ds' \cos \theta' \end{matrix}\right\} \qquad \left\{\begin{matrix} ds \sin. \theta \\ ds' \sin \theta' \cos \omega \end{matrix}\right\}.$$

Nous allons maintenant rechercher sa valeur.

§ 4. *Détermination de la valeur de la force.*

15. Soient i, i' les intensités des deux courants, c'est-à-dire les actions exercées par des longueurs de fils égales à l'unité. L'action à l'unité de distance étant égale au produit des intensités et des longueurs des éléments, nous aurons, pour représenter dans ce cas les forces produites dans chaque système (C) et (D),

(E) $ii'\, ds\, ds' \cos \theta \cos \theta'$, (F) $ii'\, ds\, ds' \sin \theta \sin \theta' \cos \omega$.

16. Mais à mesure que la distance augmente, ces actions varient suivant des lois différentes qui nous sont tout-à-fait inconnues. Tous les géomètres qui jusqu'à présent se sont occupés de ce sujet ont admis qu'elles étaient réciproques à une certaine puissance de la distance r, et que l'une était proportionnelle à l'autre. Il était donc nécessaire de donner à ces recherches toute la généralité sans laquelle il serait impossible

Digitized by Google

de regarder les résultats du calcul comme l'expression des faits, et l'analyse acquerra ici cette puissance qui en fait l'un des instruments les plus précieux pour la découverte de la vérité.

17. On ne peut admettre *à priori* que la force représentant l'action de deux éléments est simplement en raison inverse d'une puissance de la distance; elle pourrait suivre une loi plus compliquée et différente pour chaque système. Nous abandonnerons donc les deux hypothèses qui jusqu'à présent ont été la base des théories que nous allons exposer, et en représentant par $f(r)$ et $F(r)$ les lois suivant lesquelles varient avec la distance les actions (E) et (F), nous aurons, pour représenter la force exercée par deux éléments dirigés d'une manière quelconque dans l'espace,

$$(1)\quad F = ii'\,ds\,ds'\left\{f(r)\cos\theta\cos\theta' + F(r)\sin\theta\sin\theta'\cos\omega\right\}$$

qui devient

$$(2)\quad F = ii'\,ds\,ds'\left[\left\{f(r) - F(r)\right\}\cos\theta\cos\theta' + F(r)\cos\varepsilon\right]$$

en désignant par ε l'angle des deux éléments, et en observant que l'on a $\cos\varepsilon = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\omega$.

18. Je vais établir, pour déterminer les fonctions qui entrent dans cette formule, des éléments dont nous ferons par la suite un fréquent usage.

On a (fig. 5) $mk = ds\cos\theta = dr$

$$m'k' = ds'\cos\theta' = -d'r,$$

dr et $d'r$ étant les différentielles partielles relatives à s et à s'. Ces valeurs seront toujours de signe contraire, quelle que soit la direction des courants. On a encore $op = ds\cos\varepsilon = d(r\cos\theta')$. Passons maintenant à la recherche des fonctions $f(r)$ et $F(r)$.

19. Si $\varphi(r)$ désigne une fonction quelconque de la distance, on aura toujours l'*identité :*

$$(3)\quad \frac{rd\left\{\varphi(r)\cos\theta'\right\}}{ds} = \left\{r^2\cos\theta\cos\theta' d\frac{\frac{\varphi(r)}{r}}{dr} + \varphi(r)\cos\varepsilon\right\}.$$

Digitized by Google

En comparant cette formule à (2) on voit qu'on pourra changer cette dernière en

(4) $F = ii' ds' [rd. \left\{ \varphi (r) \cos \theta' \right\} + \psi (r) \cos \varepsilon \, ds]$, $\varphi (r)$ et $\psi (r)$ étant deux nouvelles fonctions indéterminées liées aux premières par les deux relations suivantes

$$(5) \quad \begin{cases} \dfrac{\dfrac{\varphi (r)}{d. \, r}}{dr} = f(r) - F(r), \\ \psi (r) = F(r) - \varphi (r). \end{cases}$$

20. L'expérience suivante nous permettra d'en déterminer une.

Expérience. Un courant circulaire ne produit jamais de mouvement (fig. 6) sur un conducteur mobile de forme quelconque terminé dans l'axe du cercle et ne pouvant que tourner autour de cet axe. Nous considérerons ici un courant rectangulaire *abcd* et un courant circulaire. L'action tangentielle d'un élément aura pour expression

(6) $t = F \cos \theta' = ii' ds' [rd \left\{ \varphi (r) \cos \theta' \right\} + \psi (r) \cos \varepsilon \, ds] \cos \theta'$

et l'action totale du cercle s'obtiendra par la double intégrale

(7) $\dfrac{T}{ii'} = \int ds' \left[\int rd. \left\{ \varphi (r) \cos \theta' \right\} \cos \theta' + \int \psi (r) \cos \varepsilon \cos \theta' \, ds \right]$

L'intégration relative à ds donnera

$$r\varphi (r) \cos^2 \theta' + \int ds \cos \varepsilon \cos \theta' \left\{ \psi (r) - \varphi (r) \right\}$$

et le premier terme étant nul aux limites, on aura pour l'action cherchée

(8) $\dfrac{T}{ii'} \iint ds \, ds' \cos \varepsilon \cos \theta' \left\{ \psi (r) - \varphi (r) \right\} = 0.$

Il est facile de voir, à l'inspection de la figure, qu'on a $\cos \varepsilon \, ds = \pm \sin s' ds = d (r \cos \theta')$. On devra prendre le signe + ou le signe — suivant la portion *ab* ou *cd* que l'on considère.

Digitized by Google

On aura donc $r \cos \theta' = \pm s \sin s'$, et substituant dans (8) les valeurs précédentes de $\cos \varepsilon$ et $\cos \theta'$, on obtiendra

$$(9)\ \frac{T}{ii'} \int s\, ds \int ds' \sin^2 s' \left\{ \psi(r) - \varphi(r) \right\} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 0.$$

r_1 et r_2 exprimeront respectivement les rayons relatifs à ab ou cd, ce qui fait alors disparaître le double signe de l'équation. Si on fait attention à la manière dont on a obtenu la formule (9), il est facile de voir que la première intégrale ne se rapportant qu'à une portion donnée du courant, que nous ne supposerons pas devoir changer de signe, est essentiellement positive; dans la seconde $\sin^2 s'$ est positif pour toutes les valeurs de s', et r_2 étant toujours ou plus grand ou plus petit que r_1, le facteur $\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$ ne peut jamais être nul. On doit donc, dans cette somme, avoir nécessairement, et quel que soit r,

$$\psi(r) - \varphi(r) = 0;$$

ce qui change la formule (4) en

$$(10)\ \frac{F}{ii'} = ds' \left[r\, d \left\{ \varphi(r) \cos \theta' \right\} + \varphi(r) \cos \varepsilon\, ds \right].$$

Pour déterminer $\varphi(r)$ nous nous appuierons sur l'expérience suivante.

21. *Expérience.* L'action d'un conducteur rectiligne indéfini (fig. 7) sur un conducteur rectiligne fini qui lui est parallèle, est proportionnelle à la longueur de ce dernier courant, et réciproque à leur distance mutuelle. En effet, si l et l' représentent la longueur de deux courants finis, y et y' leurs distances à un courant indéfini, l'expérience montre que ces deux courants sont en équilibre sous l'influence du courant indéfini, si l'on a $\frac{l}{l'} = \frac{y}{y'}$. Soit donc MN le courant indéfini, AB le conducteur fini; $o'p = y$; on a $\theta = \theta'$, $\cos \varepsilon = 1$. L'action, suivant $o'p$, nous sera donnée par

$$2y \int_0^l ds' \int_0^\infty \left[d \left\{ \varphi(r) \cos \theta \right\} + \frac{\varphi(r)}{r} ds \right].$$

Digitized by Google

l étant la longueur du courant fini, et en observant que $\sin\theta = \frac{y}{r}$, nous aurons alors, d'après l'expérience,

$$(11)\quad \int_0^l ds' \int_0^\infty \left[d\left\{\varphi(r)\cos\theta\right\} + \frac{\varphi(r)}{r}\,ds\right] = \frac{kl}{2y^2}$$

qui équivaut à

$$(12)\int_0^\infty d\left\{\varphi(r)\cos\theta\right\} + \int_0^\infty \frac{\varphi(r)}{r}\,ds = \frac{k}{2y^2};$$

mais la première intégrale $\varphi(r)\cos\theta$ étant nulle aux limites, l'équation se réduit définitivement à

$$(13)\int_0^\infty \frac{\varphi(r)}{r}\,ds = \frac{k}{2y^2},$$ dont nous devons tirer $\varphi(r)$.

22. En posant $\frac{\varphi(r)}{r} = F(r^2) = F(y^2+s^2)$ on aura en général

$$\int_0^\infty F(y^2+s^2)\,s^{2\mu-1}\,ds = \frac{(-1)^\mu\,\Gamma(\mu)}{2}\int^\mu F(y^2)\,d^\mu(y^2).\ (1)$$

Et par conséquent

$$\int F(y^2+s^2)\,ds = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}}\,\Gamma\frac{1}{2}}{2}\int^{\frac{1}{2}} F(y^2)\,d^{\frac{1}{2}}(y^2)$$

expression qui nous conduira à l'équation suivante en posant $y^2 = z$:

$$\int^{\frac{1}{2}} F(z)\,d^{\frac{1}{2}}(z) = \frac{k}{z}\,\frac{1}{\Gamma\frac{1}{2}\,\sqrt{-1}}.$$

En différentiant et observant que $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$, on a $F(z) = \frac{k}{2z^{3/2}}$, d'où $F(r^2) = \frac{k}{2r^3}$ et $\varphi(r) = \frac{k}{2r^2}$. De cette valeur on déduit facilement pour les fonctions primitives, $F(r) = \frac{k}{r^2}$ et $f(r) = -\frac{k}{2r^2}$

(1) $\Gamma\mu$, intégrale eulérienne.

Digitized by Google

valeurs qui, substituées dans (A), donnent pour l'action mutuelle de deux éléments, et *indépendamment de toute hypothèse*,

$$(14) \quad F = \frac{ii' ds ds'}{r^2} \left\{ \sin\theta \sin\theta' \cos\omega - \tfrac{1}{2} \cos\theta \cos\theta' \right\}.$$

23. Cette formule est précisément celle qu'Ampère avait admise depuis long-temps dans sa théorie des phénomènes électro-dymaniques, où nous allons puiser la plupart des résultats qui terminent cette première partie; elle peut se transformer et prendre plusieurs formes que nous emploierons indistinctement suivant l'avantage que nous y trouverons pour les calculs. On aura :

$$(M) \quad F = \frac{ii' ds\, ds'}{r^2} \left\{ \sin\theta \sin\theta' \cos\omega - \tfrac{1}{2} \cos\theta \cos\theta' \right\}.$$

On déduit facilement de (M)

$$(N) \quad F = \frac{ii' ds'}{\sqrt{r}}\, d \left(\frac{\cos\theta'}{\sqrt{r}} \right).$$

En observant dans (N) que $\cos\theta', = \frac{-d'r}{ds'}$, on arrive à

$$(O) \quad F = -\frac{2\, ii'}{\sqrt{r}} \frac{d^2 \sqrt{r}}{ds ds'} ds\, ds'.$$

La combinaison des trois équations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{ds'}{\sqrt{r}}\, d. \left(\dfrac{\cos\theta'}{\sqrt{r}} \right) = \dfrac{ds\, ds'}{r} \left\{ \cos\varepsilon + \tfrac{3}{2} \dfrac{dr}{ds} \dfrac{d'r}{ds'} \right\} \text{déduite de } (M) \\ \cos\varepsilon = -\dfrac{d'r}{ds'} \dfrac{dr}{ds} - \dfrac{r d^2 r}{ds\, ds'} \\ \dfrac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'} = -\dfrac{\dfrac{r d^2 r}{ds\, ds'} - 2 \dfrac{dr}{ds} \dfrac{d'r}{ds'}}{r^3} \end{array} \right.$$

conduira à

$$(P) \quad F = \frac{ii' ds\, ds'}{2} \left\{ \frac{\cos\varepsilon}{r^2} + \frac{r\, d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'} \right\}.$$

Digitized by Google

CHAPITRE II.

EXPÉRIENCES SUR L'ACTION MUTUELLE DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

§ 1. *Courants rectilignes finis.*

24. Si deux courants rectilignes finis sont placés sur une même droite, et vont dans le même sens, on obtiendra leur action en posant dans la formule (14) $\theta = \theta' = 0$, et il viendra

$$(1)\quad F = -\frac{ii'dsds'}{2r^2}.$$

Ainsi deux portions d'un même courant se repoussent. Si les courants allaient en sens contraire il y aurait attraction.

Expériences d'Ampère et du tourniquet électrique.

Courants angulaires.

25. Si deux courants AB et CE (S et S'), non situés dans un même plan, sont dirigés d'une manière quelconque dans l'espace, on aura pour l'action totale, suivant leur perpendiculaire commune dont la longueur est a :

$$(2)\quad P = \frac{ii'}{2}\iint ds\,ds'\left\{\frac{\cos\varepsilon}{r^2} + r\frac{d^2\frac{1}{r}}{ds\,ds'}\right\}\frac{a}{r},$$

équivalente à

$$(3)\quad P = \frac{aii'}{2r} + \frac{a\cos\varepsilon}{2}\iint\frac{ds\,ds'}{r^3}.$$

Pour obtenir la seconde intégrale, supposons qu'on projette sur le plan formé par CE et CD parallèle à AB, tous les rayons tels que OO'; puis portant à partir du point C des longueurs égales et parallèles à ces projections, construisons à leurs extrémités des parallélogrammes $pqp'q'$ ayant les côtés adjacents pa-

Digitized by Google

rallèles aux courants, et pour surface $ds\,ds'\sin\varepsilon$, l'ensemble de ces quadrilatères élémentaires formera la surface du parallélogramme $CDGH$ dans lequel CD et DH sont égaux et parallèles aux courants. Si nous multiplions par $\frac{1}{r^3}$ la valeur d'un élément de surface, nous avons un élément d'un volume qui aura pour base $CDGH$. L'intégrale cherchée se trouvant ainsi ramenée à une cubature, nous pourrons choisir le système de coordonnées qui conviendra le mieux au calcul. Soit u la projection du rayon, φ l'angle qu'elle fait avec CD, l'élément $\iint\frac{\sin\varepsilon\,ds\,ds'}{r^3}$ aura encore pour expression $\frac{u\,du\,d\varphi}{(a^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}$ qui, intégrée par rapport à u, donne $\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{a^2+u^2}}$. Substituant pour u sa valeur $u=\frac{s\sin\varepsilon}{\sin(\varphi+\varepsilon)}$ et intégrant nous aurons pour la valeur cherchée

$$(4)\iint\frac{u\,du\,d\varphi}{(a^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\varphi}{a}+\frac{1}{a}\text{ arc sin }\frac{a\cos(\varphi+\varepsilon)}{\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}+C.$$

En nommant μ' et μ les angles GCH et HCD, l'intégrale prise d'abord depuis o jusqu'à μ donnera

$$(5)\quad\frac{1}{a}\left\{\mu+\text{arc sin }\frac{a\cos(\mu+\varepsilon)}{\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}-\text{arc sin }\frac{a\cos\varepsilon}{\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}\right\}$$

mais on a $\mu+\varepsilon=\pi-\mu'$ d'où $\cos(\mu+\varepsilon)=-\cos\mu'=$ $=-\frac{s'-s\cos\varepsilon}{\sqrt{(s'-s\cos\varepsilon)^2+s^2\sin^2\varepsilon}}$ et la formule (1) devient :

$$(6)\quad\int_0^\mu\frac{u\,du\,d\varphi}{r^3}=\frac{1}{a}\left\{\mu-\text{arc sin }\frac{a\cos\mu'}{\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}-\text{arc sin }\frac{a\cos\varepsilon}{\sqrt{a^2+s^2\sin\varepsilon}}\right\}$$

Pour obtenir l'autre partie de l'intégrale, il faut évidemment

Digitized by Google

substituer dans celle-ci μ' à la place de μ, s' au lieu de s, ce qui donne pour intégrale totale, en observant que $\mu+\mu'=\pi-\varepsilon$.

$$(7)\quad \iint\frac{u\,du\,d\varphi}{r^3}=\frac{1}{a}\left\{\begin{array}{l}\pi-\varepsilon-\text{arc sin}\,\dfrac{a\,(s'-s\cos\varepsilon)}{\sqrt{(s'-s\cos\varepsilon)^2+s^2\sin^2\varepsilon}\,\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}\\ -\text{arsin}\,\dfrac{a\,(s-s'\cos\varepsilon)}{\sqrt{(s-s'\cos\varepsilon)+s'^2\sin^2\varepsilon}\,\sqrt{a^2+s'^2\sin^2\varepsilon}}\\ -\text{arsin}\,\dfrac{a\cos\varepsilon}{\sqrt{a^2+s^2\sin^2\varepsilon}}-\text{arsin.}\,\dfrac{a\cos\varepsilon}{\sqrt{a^2+s'^2\sin^2\varepsilon}}.\end{array}\right.$$

et si l'on passe des arcs-sinus aux arcs-tangentes on obtient, en sbstituant à la somme de deux arcs un arc simple et en observant que $\frac{\pi}{2}-\text{arctang.}\,\alpha=\text{arctang.}\,\frac{1}{\alpha}$

$$(8)\quad \iint\frac{ds\,ds'}{r^3}=\frac{1}{\sin\varepsilon}\iint\frac{u\,du\,d\varphi}{(a^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{a\sin\varepsilon}\left\{\begin{array}{l}\text{arctang.}\,\dfrac{ss'\sin^2\varepsilon+a^2\cos\varepsilon}{a\sin\varepsilon\sqrt{a^2+s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon}}\\ -\text{arctg.}\,\dfrac{a\,\text{cotg.}\,\varepsilon}{\sqrt{a^2+s^2}}\\ -\text{arctg.}\,\dfrac{a\,\text{cot.}\,\varepsilon}{\sqrt{a^2+s'^2}}+\dfrac{\pi}{2}-\varepsilon.\end{array}\right.$$

(Voir la fig. 8 pour le § 25.)

26. Il est facile de voir par une différentiation immédiate que le premier terme de cette expression est l'intégrale générale de $\iint\frac{d\,s\,d\,s'}{r^3}$ et que les autres proviennent de la substitution des limites particulières au cas qui nous occupe. De sorte que l'action de deux courants quelconques angulaires aura pour valeur générale :

$$(9)\quad F=\frac{a\,i\,i'}{2\,r}+\frac{i\,i'\,\text{cotg.}\,\varepsilon}{2}\,\text{arctg.}\,\frac{ss'\sin^2\varepsilon+a^2\cos\varepsilon}{a\sin\varepsilon\sqrt{a^2+s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon}}+C.$$

Il faudra dans chaque cas particulier remplacer s et s' par leurs valeurs correspondantes aux valeurs limites de r.

27. *Expérience.* Deux courants situés d'une manière quelconque dans l'espace et ne pouvant se mouvoir que suivant leur perpendiculaire commune, s'attireront ou se repousse-

Digitized by Google

ront (avec une force représentée par la formule précédente) suivant qu'ils suivront ou ne suivront pas la même direction par rapport à leur perpendiculaire commune.

Expérience. Courant vertical mobile autour d'un axe vertical, sous l'influence d'un courant herizontal.

Courants angulaires situés dans un même plan.

28 Si $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ on a $F = \frac{a i i'}{2} \left\{ \frac{1}{r''_2} - \frac{1}{r''_1} + \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right\}$ (11)

Si $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ et $a = o$ on a $F = o$.

Si $a = o$ on obtient $F = \frac{i i'}{2} \cot. \varepsilon + \frac{\pi}{2}$

qui devient nulle pour $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ et infini pour $\varepsilon = o$.

Il résulte de là, que deux courants placés l'un sur l'autre éprouvent suivant leur perpendiculaire commune une action variable avec l'angle qu'ils font entre eux.

Courants parallèles finis.

29. Si les courants sont parallèles on aura leur action en faisant dans (9) $\varepsilon = o$. Comme on trouve alors $\frac{o}{o}$ il faut avant de faire $\varepsilon = o$ traiter cette formule par les méthodes ordinaires, et on obtient en la prenant entre le limites convenables :

(10) $F = \frac{a i i'}{2} \left\{ \frac{a}{r''_2} - \frac{a}{r''_1} - \frac{a}{r'_2} + \frac{a}{r'_1} + \frac{r''_1}{a} + \frac{r'_2}{a} - \frac{r''_2}{a} - \frac{r'_1}{a} \right\}$

Expérience. Deux courants parallèles qui vont dans le même sens s'attirent ; ils se repoussent s'il marchent en sens contraire.

Dans ce cas particulier on obtient facilement :

$$\iint \frac{ds\, ds'}{r^3} = \iint \frac{ds\, ds'}{\{a^2 + (s - s' \cos \varepsilon)^2\}^{\frac{3}{2}}} = -\frac{r}{a^2} + C.$$

Digitized by Google

Courants égaux en longueur.

Si les courants parallèles de longueur égale à l forment les deux côtés d'un rectangle ayant a pour hauteur et c pour diagonale, on a

$$F = \frac{i\,i'\,l^2}{ac}.$$

Courants finis et infinis.

31. Si l'un des courants est infini on a $F = \frac{i\,i'\,l}{a}$, expression que nous avons déduite de l'expérience.

Rotation des courants angulaires.

32. Si les courants sont seulement mobiles autour de leur perpendiculaire, on obtiendra le moment de rotation en multipliant la composante suivant O'F par la perpendiculaire CP on aura

$$M = F \times \frac{s\,s' \sin \varepsilon}{r} = F \cos oo'F \times CP \text{ ou}$$

$$(12)\ M = \frac{1}{2}\, i\,i'\, ds\, ds' \frac{\sin \varepsilon}{r}\, s\, s' \left\{ \frac{\cos \varepsilon}{r^2} + \frac{r\, d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'} \right\}$$

posant $\frac{s\,s'}{r} = q$ il vient

$$\frac{d^2 q}{ds\, ds'} = \frac{1}{r} - \frac{s'}{r^2}\frac{d\,r}{d\,s'} - \frac{s}{r^2}\frac{d\,r}{d\,s} + s\,s'\,\frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'}$$

et à cause de $r^2 = a^2 + s^2 + s'^2 - 2\,ss' \cos \varepsilon$ on a

$$\frac{d^2 q}{ds\, ds'} = \frac{a^2}{r^3} + \frac{s\,s'\, d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'}\ (13)\ ;$$ mais nous avons trouvé

$$(23) - \cos \varepsilon = \frac{d'\,r}{d\,s'}\,\frac{d\,r}{d\,s} + \frac{r\, d^2\, r}{ds\, ds'}$$ qui donne en ayant égard à la valeur de r, $r = a^2 + s^2 + s'^2 - 2\,ss' \cos \varepsilon$,

$$\frac{-a^2 \cos \varepsilon}{r^2} = \frac{r\, d^2\, r}{ds\, ds'} + \frac{s\,s' \sin \varepsilon}{r^2}$$ d'où l'on tire

Digitized by Google

$$\frac{s\,s'}{r^3} = -\left(\frac{a^2 \cos \varepsilon}{r^3} + \frac{d^2\, r}{ds\, ds'}\right) \quad (14)$$

Substituant dans (12) les valeurs de $\frac{s\,s'}{r^3}$ et de $\frac{s\,s'\, d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'}$ on a

$$(15)\ M = \frac{1}{2}\, i\, i' \left\{ \sin \varepsilon \frac{d^2\, q}{ds\, ds'} - \cot \varepsilon \frac{d^2\, r}{ds\, ds'} - \frac{a^2}{r^3 \sin \varepsilon} \right\} ds\, ds'$$

En intégrant cette quantité on aura pour l'expression du moment cherché :

$$(16)\ M = \frac{1}{2}\, i\, i' \left\{ q \sin \varepsilon - r \cot \varepsilon - \frac{a}{\sin^2 \varepsilon} \text{artg.} \frac{s\,s' \sin^2 \varepsilon + a^2 \cos \varepsilon}{a \sin \varepsilon \sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \varepsilon}} + C. \right\}$$

33. *Expérience.* Des courants mobiles autour de leurs perpendiculaires commune s'attireront quand tous deux s'approcheront de cette droite, et se repousseront dans le cas contraire. La valeur de l'action sera donnée par (16) où il faudra substituer les valeurs limites des variables.

Si $a = o$ on a $M = \frac{i\, i'}{2} (q \sin \varepsilon - r \text{ cotg. } \varepsilon) = \frac{i\, i'}{2} (p - r \cot \varepsilon)$.

Courants perpendiculaires.

34. p étant la perpendiculaire C P, il faudra substituer les limites. Si les courants ont pour longueur $2\,s$ et s' et 2 sont mobiles en leur milieu, il faudra quadrupler évidemment l'expression donnée plus haut. On peut mettre l'expression précédente sous la forme $\frac{i\, i''}{2} \left\{ p + r \cot. (\pi - \varepsilon) \right\}$. On voit que pour $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$ la force va en décroissant, mais reste toujours plus grande que $i\, i'\, p$, que pour $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ on a $M = \frac{1}{2}\, i\, i' \left(p''_2 - p''_1 - p'_2 + p'_1 \right)$ et qu'ensuite la cotg devenant négative la valeur devient moindre que p. Si $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ sans que a

Digitized by Google

soit nul, on a

$$M = \frac{i\,i'}{2}\left(q - a \text{ arctg. } \frac{1}{a}\right).$$

Experience de Savary.

35. Si un courant infini rencontre en son milieu un courant ayant une longueur égale à $2\,l$, on a pour le moment $\frac{l\,i\,i'}{\sin \varepsilon}$.

Action tangentielle des courants rectilignes (fig. 9).

36. Après avoir déterminé les valeurs de deux composantes des actions mutuelles des courants rectilignes, nous terminerons par la recherche de la composante parallèle à l'un d'eux.

Soit M′ N′ un courant rectiligne et M N un courant quelconque, la composante parallèle à M′ N′ de l'action de deux éléments est donnée par l'équation suivante :

$$(17)\ F = \frac{i\,i' \cos\theta}{\sqrt{r}}\, d.\left(\frac{\cos\theta}{\sqrt{r}}\right) ds' = \frac{i\,i'}{2}\, ds'\, d\left(\frac{\cos^2\theta}{r}\right)$$

on aura en intégrant et passant aux limites :

$$(18)\ i\,i'\, ds'\left(\frac{\cos^2\theta''}{r''} - \frac{\cos\theta'}{r'}\right),$$ θ étant l'angle de M′ N′ avec le rayon.

Mais on a $ds' = -\frac{dr''}{\cos\theta''} = -\frac{dr'}{\cos\theta'}$ et si a' et a'' représentent les perpendiculaires abaissées des points M et N sur le courant M′ N′ on aura encore $r' = \frac{a'}{\sin\theta'}$, $r'' = \frac{a''}{\sin\theta''}$. On différentiera par rapport à r' et à r'', on substituera dans la valeur de ds' et l'intégration nouvelle donnera en passant immédiatement aux limites θ'_1, θ'_2, θ''_1, θ'_2,

$$(19)\ F = -\frac{1}{2}\, i\,i'\left\{\frac{\log.\text{tg.}\frac{1}{2}\theta''_2}{\text{tg.}\frac{1}{2}\theta'_2} - \log.\frac{\text{tang.}\frac{1}{2}\theta''_1 + \cos\theta''_2 - \cos\theta''_1}{\text{tang.}\frac{1}{2}\theta'_1 + \cos\theta'_2 - \cos\theta'_1}\right\}$$

Digitized by Google

Si le courant $M' N'$ est fini il faudra faire dans la formule (19) $\theta''_2 = \theta'_2 = \pi$, $\theta''_1 = \theta'_1 = o$ et trouvant d'abord $\frac{o}{o}$ on appliquera les méthodes ordinaires et on arrivera dans ce cas particulier à

$$F = i\, i' \log. \frac{a''}{a'}.$$

Il faudra dans la détermination de la vraie valeur de la fonction avoir égard aux valeurs de $d\,\theta'$ et $d\,\theta''$ qui sont telles qu'on a

$$\frac{a''\, d\,\theta''}{\sin \theta''} = \frac{a'\, d\,\theta'}{\sin^2 \theta'}.$$

Rotation d'un courant circulaire autour de son centre sous l'influence de son diamètre (fig. 10).

37. La formule (18) étant indépendante de la forme du courant MN, pourra représenter l'action exercée par un diamètre (MN) d'un cercle sur un élément ds de ce cercle, pour le faire mouvoir sur sa tangente. Si on multiplie cette action par le rayon a on aura le moment qui agit pour faire tourner l'élément ds autour du centre o du cercle, et dont l'expression est

$$(20)\; M = \frac{1}{2}\; a\, i\, i'\, ds' \left(\frac{\cos^2 \theta''}{r''} - \frac{\cos^2 \theta'}{r'} \right).$$

En nommant $2\,\beta$ l'angle au centre $M\,o\,o'$ et en comptant les s' à partir de M on aura $s' = 2\,a\,\beta$, $\theta' = \pi - \beta$, $\theta' = \frac{\pi}{2} - \beta$, d'où $\cos \theta' = -\cos \beta$, $\cos \theta' = \sin \beta$, $r'' = 2\,a \sin \beta$ $r' = 2\,a \cos \beta$. Substituant ces valeurs dans (20), et intégrant il viendra

$$M = \frac{a i i'}{2} \left\{ \log. \frac{\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta_2}{2}\right) \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta_1 - \sin \beta_2 - \cos \beta_2}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta_2 \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta_1}{2}\right) + \sin \beta_1 - \cos \beta_1} \right\}$$

Nous bornerons là les applications des formules précédentes

Digitized by Google

et nous nous contenterons d'avoir traité les cas difficiles et d'avoir développé les expériences qui font ordinairement l'objet des cours de physique.

§ 2. *De l'action des courants ou systèmes de courants fermés et des courants indéfinis sur d'autres courants.*

Propriétés communes à ces courants.

38. L'action exercée par un élément de courant mn (fig. 11) sur un autre élément $m'n'$ est donnée par la formule

$$(20)\quad F = ii'\,ds'\left\{\varphi(r)\cos\varepsilon\,ds + rd\left\{\varphi(r)\cos\theta'\right\}\right\}$$

Si l'on prend pour origine le milieu de $m'n'$ on aura pour la force suivant l'axe des x

$$(1)\quad X = ii'\,ds'\left\{\frac{x}{r}\varphi(r)\cos\varepsilon\,ds + xd\left\{\varphi(r)\sin\theta'\right\}\right\}$$

x, y, z sont les coordonnées du point o.

Cette formule devient par l'intégration

$$X = ii'\,ds'\left[x\varphi(r)\cos\theta' + \int\left\{\frac{x}{r}\varphi(r)\cos\varepsilon\,ds - \varphi(r)\cos\theta'\,dx\right\}\right]$$

le terme $x\varphi(r)\cos\theta'$ disparaît à la limite quel que soit $\varphi(r)$ si le courant est fermé et seulement pour $\varphi(r) = \frac{1}{r^n}$ si le courant est indéfini. Avec cette restriction nous conserverons à l'expression précédente sa forme générale et nous aurons

$$X = ii'\,ds'\int\left[\frac{x}{r}\varphi(r)\cos\varepsilon\,ds - \varphi(r)\cos\theta'\,ds\right]$$

Soient α, β, γ les angles du rayon
$\lambda' \mu' \nu'$ ceux de l'élément
$\varphi\chi\psi$ ceux des projections du rayon
} avec les axes,

on aura $X = ii'\,ds'\int\frac{x^2\varphi(r)}{r}\,d.\left(\frac{r\cos\theta'}{x}\right) = ii'\,ds'\int\frac{x^2\varphi(r)}{r}\,d\,\frac{\cos\theta'}{\cos\alpha}$. La valeur de $\frac{\cos\theta'}{\cos\alpha} = \cos\lambda' + \cos\mu'\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} + \cos\nu'\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha} = \cos\lambda' + \cos\mu'\,\text{tang.}\varphi + \cos\nu'\,\text{cotg.}\psi$ con-

Digitized by Google

duira à $d\,\frac{\cos\theta'}{\cos\alpha} = \cos\mu'\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} - \cos\nu'\frac{d\psi}{\sin^2\psi}$, et par suite à $X = ii'\,ds'\left[\cos\mu'\int\frac{\varphi(r)}{r}\,r^2\sin^2\gamma\,d\varphi - \cos\nu'\int\frac{\varphi(r)}{r}\sin^2\beta\,d\psi\right]$. On obtiendra pour Y et Z des formules analogues; et si l'on pose $A = \int\frac{\varphi(r)}{r}r^2\sin^2\alpha\,d\chi$, $B = \int\frac{\varphi(r)}{r}r^2\sin^2\beta\,d\psi$, $C = \int\frac{\varphi(r)}{r}\,r^2\sin^2\gamma d\varphi$, les valeurs de X, Y, Z deviennent

$$\begin{aligned} X &= ii'\,ds'\left[C\cos\mu' - B\cos\nu'\right] \\ Y &= ii'\,ds'\left[A\cos\nu' - C\cos\lambda'\right] \qquad (a). \\ Z &= ii'\,ds'\left[B\cos\lambda' - A\cos\mu'\right] \end{aligned}$$

39. Concevons une droite menée par l'origine et que nous nommerons *directrice*, faisant avec les axes des angles dont les cosinus sont proportionnels à A, B, C, on aura

$AX + BY + CZ = o$, et comme on a

$X\cos\lambda' + Y\cos\mu' + Z\cos\nu' = o$

la force sera donc perpendiculaire sur le plan formé par l'élément et la directrice, et passera par le point o'.

Si par l'origine on mène un plan perpendiculaire sur la directrice et qu'on nomme *plan directeur*, il renfermera toujours la force, quelle que soit la position de l'élément. En faisant $D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, on aura

$$(2)\quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = ii'\,ds'\,D\sqrt{\left(\cos\mu'\frac{C}{D} - \cos\nu'\frac{B}{D}\right)^2 + \left(\cos\nu'\frac{A}{D} - \cos\lambda'\frac{C}{D}\right)^2 + \left(\cos\lambda'\frac{B}{D} - \cos\mu'\frac{A}{D}\right)^2}$$

Ou $R = ii'\,ds'\,D\sin\omega$, ω étant l'angle de l'élément avec la directrice; la valeur sera donc maximum ou minimum, suivant que l'élément sera perpendiculaire ou couché sur la directrice.

Digitized by Google

Action dans un plan.

40. En nommant φ l'angle que fait un plan quelconque, passant par l'élément, avec celui qui contient l'élément et la directrice, on aura, pour la projection de la force sur celui-ci, $u = ii' ds' D \sin \omega \sin \varphi = ii' ds' D \cos \psi$. ψ étant l'angle que fait avec la directrice la normale au plan dans lequel on considère l'action; et si ξ, η, ζ représentent les angles de cette dernière droite avec les axes, on aura

$u = ii' ds' [A \cos \xi + B \cos \eta + C \cos \zeta]$ (3).

Cette action perpendiculaire à l'élément est indépendante de sa position dans le plan que l'on considère; de sorte que si le courant formé ou indéfini était à une distance assez grande de l'élément pour qu'on pût la considérer comme constante pendant qu'il se meut dans le plan, l'action resterait la même pour toutes les positions de l'élément et ne ferait que changer de direction sans changer de grandeur; elle tournerait avec l'élément sans cesser de lui être perpendiculaire.

Courants rectilignes et courant indéfini.

41. Pour obtenir (fig. 12) l'action exercée dans un plan par un courant indéfini $M\,N$ sur un élément de courant $m'\,n'$ situé dans ce plan, je placerai l'origine au point o', milieu de l'élément; je prendrai l'axe des y parallèle à $M\,N$, et le plan des xy contiendra l'élément $m'\,n'$. C'est dans ce dernier plan que je considérerai l'action qui sera égale à $i'i'\,d\,s'\,C = \frac{i'i'\,ds'}{2}\int\frac{x\,dy - y\,dx}{r^3}$. En posant $\varphi\,(r) = \frac{1}{2\,r^2}$, a et b représentant les distances du courant indéfini aux plans $x\,y$ et zy, la valeur précédente deviendra

$$(1)\ F = \frac{i'i'\,ds'}{2}\int\frac{a\,dy}{(a^2+b^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{a}{a^2+b^2} \times \frac{ii'\,ds'}{2}.$$

Si on représentait par m la distance du courant indéfini au

Digitized by Google

plan zy et x, y, les ordonnées d'un élément d'un courant fini, l'action du premier sur le second s'obtiendrait en intégrant

$$\int \frac{(m-x)}{(m-x)+b^2}\, ds = \int_c^d \frac{m-x}{(m-x)^2+b^2} \times \frac{dx}{\cos\varphi}$$

φ est l'angle du courant avec l'axe des x, et il vient

$$F = \frac{1}{2\cos\varphi} L \frac{(m-c)^2+b^2}{(m-d)^2+b^2}.$$

Si $c=o$, c'est-à-dire si le courant fini part de l'origine, on a $F = \frac{1}{2\cos\varphi} L \frac{m^2+b^2}{(m-d)^2+b^2}$, si $d=o$, alors $F = \frac{sm}{m^2+b^2}$ résultat qu'il était facile de prévoir. Quant au moment de rotation, on l'obtiendra par l'intégration de $\frac{(m-n)\, s'\, d\, s'}{(m-n)^2+b^2}$, qui donne :

$$\int \frac{(m-n)}{(m-n)^2+b^2} s' d's = \frac{s'^2}{a^2}\left[(m-x) - mL\{b^2+(m-x)^2\}^2 - b \operatorname{arct} \frac{m-x}{b}\right]$$

Expérience. Un courant situé dans un plan parallèle à un courant indéfini se mouvra sous l'influence de ce dernier parallèlement à lui-même, et s'il est mobile autour d'un point fixe situé dans ce plan, il tournera d'un mouvement continu et accéléré. La valeur du moment dépendra de la position du courant indéfini ; elle pourra même être nulle pour une certaine position de celui-ci. Si le courant fini est mobile autour d'un axe qui lui soit parallèle, il tournera jusqu'à ce que le plan formé par l'axe et ce courant soit parallèle au courant indéfini.

Pour avoir l'action exercée par un courant indéfini sur un élément de courant et parallèlement à leur perpendiculaire commune, il suffit de supposer l'origine en o' dans la fig. 8 et d'intégrer le terme $\frac{\varphi \cos\varepsilon\, ds'}{a} \int \frac{ds}{r^3}$, le premier devenant

Digitized by Google

nul à la limite. On obtient alors en posant $o'F = b$, $F = \frac{ii'ds'\cos\varepsilon}{2(a^2+b^2)}$. Cette intégrale s'obtient de la même manière que dans le cas précédent.

Action des courants fermés sur des courants ractilignes finis ou des courants circulaires.

La valeur de l'action exercée sur un élément de courant par un courant fermé ou un système de courants fermés dépend des intégrales que nous avons représentées par A, B, C, que nous tranformerons ainsi qu'il suit. Nous avions (38) $C = \int \frac{\varphi(r)}{r} r^2 \sin^2\gamma \, d\varphi = \int \frac{\varphi(r)}{r} u^2 \, d\varphi$ en représentant par u la projection du rayon sur le plan xy, or

$$\int \frac{\varphi(r)}{r} u^2 \, d\varphi = \iint d. \frac{\frac{u^2\varphi(r)}{r}}{du} du \, d\varphi.$$

$$= \iint \left[u \, d \frac{\frac{\varphi(r)}{r}}{dr} \frac{dr}{du} + \frac{2\varphi(r)}{r} \right] u \, du \, d\varphi.$$

43. Considérons (fig. 13) le courant fermé α, β, γ comme le contour d'une surface quelconque auquel appartiendra le point m. Par ce point faisons passer un plan tangent à la surface et un plan sécant renfermant l'axe des z. Leur intersection sera la ligne kmn, n étant un point infiniment voisin du point m et appartenant à la tangente km, appartiendra aussi à la surface. On aura donc $mm' = z$, $nn' = z + dz$, $np = dz$, $mp = du$, qp étant parallèle à om'. En posant $ko = c$ et en observant que $r^2 = z^2 + u^2$ et que $\frac{dz}{du} = \frac{z-c}{u}$ (dans les triangles qmk, mnp) il viendra $\frac{dz}{du} = \frac{r^2 - zc}{ru}$, valeur qui substituée dans (1) donnera à cause de

$$rd. \frac{\frac{\varphi(r)}{r}}{dr} + 2\frac{\varphi(r)}{r} = d. \frac{r\varphi(r)}{dr}$$

Digitized by Google

$$(2)\ \int u^2 d\varphi \frac{\varphi(r)}{r} = \iint udu\, d\varphi \left\{ d\frac{r\varphi(r)}{rdr} - \frac{zc}{r} d. \frac{\frac{\varphi(r)}{r}}{ds} \right\}$$

En appelant q la longueur de la perpendiculaire or abaissée du point o sur le plan tangent et $\xi\ \eta\ \zeta$ les angles qu'elle fait avec les axes on obtiendra

$$C = \iint \frac{udu\, d\varphi}{\cos\zeta} \left[d\frac{r\varphi(r)}{rdr}\cos\zeta - \frac{qz}{r} d\frac{\varphi(r)}{\frac{r}{dr}} \right] \quad (3)$$

Si le courant est très-petit et plan, r pourra être considéré comme constant pour tous ses points, alors $\iint \frac{udud\varphi}{\cos\zeta} = \lambda$ aire du circuit et

$$(4)\ C = \lambda \left[d\frac{r\varphi(r)}{rds}\cos\zeta - \frac{qz}{r} d. \frac{\frac{\varphi(r)}{r}}{ds} \right].$$ En posant

$\varphi(r) = \frac{1}{2r^2}$, L, l'angle que fait q avec le rayon mené au point m; l, m, n les angles de ce rayon avec les axes, on aura encore

$$A = \iint \frac{\lambda}{2r^2} \left\{ 3\cos L \cos l - \cos\xi \right\} \frac{udud\varphi}{\cos\xi}$$

$$B = \iint \frac{\lambda}{2r^3} \left\{ 3\cos L \cos m - \cos\eta \right\} \frac{udud\varphi}{\cos\eta} \quad (b)$$

$$C = \iint \frac{\lambda}{2r^3} \left\{ 3\cos L \cos n - \cos\zeta \right\} \frac{udud\varphi}{\cos\zeta}$$

Si le courant est plan et très-petit ces formules deviennent en nommant λ l'aire du petit circuit.

$$A = \frac{\lambda}{2r^3} \left\{ 3\cos L \cos l - \cos\xi \right\}$$

$$B = \frac{\lambda}{2r^3} \left\{ 3\cos L \cos m - \cos\eta \right\} \quad (c)$$

$$C = \frac{\lambda}{2r^3} \left\{ 3\cos L \cos n - \cos\zeta \right\}$$

Digitized by Google

Les valeurs qui précédemment se rapportaient au point m appartiennent maintenant au centre du petit circuit. Les valeurs de A, B, C n'ont été jusqu'à présent intégrées que dans ce cas particulier.

Courant circulaire et rectiligne fini.

44. Un courant circulaire parallèle au plan dans lequel est situé un courant rectiligne fini produit sur ce dernier une action qui, située dans le plan, lui est perpendiculaire et dont la valeur ne dépend que de C qu'on n'a pu obtenir dans le cas général. On voit néanmoins que cette action doit produire les phénomènes suivants.

Expérience. 1°. Un courant fini mobile autour d'un axe vertical, soumis à l'action d'un courant circulaire situé dans un plan perpendiculaire à cet axe, se mouvra d'un mouvement continu et accéléré, et si le courant fermé est situé à une distance assez grande du courant fini pour qu'on pût la considérer comme constante pour tous ses points et ceux du courant fini, la force sera proportionnelle à la longueur de ce dernier et à la valeur de C.

2°. Si le courant fini est vertical on pourra le prendre pour axe des z, et l'action dans le plan yz sera perpendiculaire au courant et exprimée par $ii' ds' A$. Dans ce cas le courant étant mobile autour d'un axe passant par le centre du cercle, l'action sera constante dans tous les azimuths, et il devra se mouvoir d'un mouvement continu.

3°. Si le courant était mobile autour d'un axe quelconque qui lui serait toujours parallèle comme dans le cas précédent, les composantes de l'action se réduisent alors à

$$X = -B$$
$$Y = A$$

la force est horizontale. Elle change de valeur avec les positions du courant sans cesser d'être perpendiculaire au courant et à la directrice qui varie aussi de grandeur et de direction. On n'a pas déterminé par expérience la nature de ce

Digitized by Google

mouvement dont le calcul ne peut, pour le moment, donner tous les éléments.

Courant fermé ou système de courants fermés et courant fini. Détermination de la directrice.

45. Si le courant est très-petit et plan, on a à cause de (C) $F = \frac{1}{2} \frac{ii' \lambda \, ds' \sin \varepsilon}{r^3} \sqrt{3 \cos s^2 L + 1}$. Soit A le milieu de l'élément sur lequel agit le courant circulaire; par ce point menons deux plans : l'un parallèle à celui du courant circulaire, et l'autre perpendiculaire et passant par son centre. Prenons-les pour plans coordonnés. On aura, dans ce cas,

$$B = 0 \quad A = \frac{\lambda}{2 r^3} \left\{ 3 \cos L \cos l - \cos \xi \right\}$$

$C = \frac{\lambda}{2 r^3} \left\{ 3 \cos L \cos n - \cos \varsigma \right\}$ ce qui donnera (la directrice étant alors située dans le plan BAO'), tang CAO = tang ($OAO' - CAO'$) effectuant les calculs et substituant pour la tangente de CAO' sa valeur $\frac{C}{A}$ et observant que $\cos n = \cos L$ et $\cos \xi = 0$, $\cos \varsigma = 1$ on aura tang $CAO = \frac{1}{2}$ tang $m'mA$.

On voit par là qu'en prenant $AD = 2\,DO$ et élevant au point D une perpendiculaire sur AO, le point C où elle rencontrera l'axe sera un des points de la directrice.

Expériences. 1°. Un courant rectiligne complétement mobile dans l'espace se mouvra parallèlement au plan qu'il forme avec la directrice.

2°. Un courant rectiligne fini mobile autour d'un axe situé dans un plan parallèle à la directrice, tournera jusqu'à ce que le plan qu'il forme axec l'axe soit perpendiculaire à celui qu'il constitue avec la directrice.

3°. Un courant perpendiculaire au plan de la directrice et

Digitized by Google

du rayon étant mobile autour d'un axe qui lui est parallèle, se mouvra jusqu'à ce que le plan formé par le courant et l'axe soit perpendiculaire à la directrice.

Si le courant rectiligne devenait infini en le prenant pour axe des y (fig. 14), on arriverait de la manière suivante à l'action qu'il exerce sur un courant circulaire très-petit.

Les formules (a), n° 48, donnent dans le cas actuel $X = C$ $Z = -A$, $B = 0$ et on déduit des formules (C), n° 43.

En prenant $OO' = a$, $AO' = b$ et en observant que $\cos L = \cos n$,

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3\, ii'\, ds'}{2\, r^5} \lambda\, ab \qquad C = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ii'\, ds'}{2\, r^3} \lambda \left(\frac{3\, a^2}{r^2} - 1. \right)$$

Ces formules qu'on intègre facilement entre les limites convenables conduisent à,

$$A = \frac{ii'\, \lambda\, ab}{(a^2 + b^2)^2} \quad C = \frac{ii'\, \lambda\, (a^2 - b^2)}{2\,(a^2 + b^2)^2} \quad \text{dont } F = \frac{ii'\, \lambda}{2\, (a^2 + b^2)^2}$$

Si l'on représente par μ et φ les angles de la force et du rayon recteur AO avec le plan du cercle on a

$$\text{tang}\, \mu = \frac{Z}{X} = \frac{A}{C} = \frac{2\, ab}{(b^2 - a^2)} = \text{tang}\, 2\, \varphi.$$

46. *Action mutuelle des courants fermés ou systèmes de courants fermés.*

Si l'on considère un courant fermé comme formant le contour d'une surface quelconque sur laquelle se coupent des courants qui par leurs intersections forment des courants fermés et très-petits, on aura pour les valeurs de A, B, C qui déterminent l'action de cette surface en nommant $d^2\lambda$ l'aire d'un petit courant qui sera aussi celle d'un élément de la surface

$$C = \iint \left(\frac{3 \cos L \cos n - \varsigma}{r^3} \right) \frac{d^2 \lambda.}{2}$$

L, n, ς, se rapportent au centre d'un des éléments de la surface;

Digitized by Google

mais à cause de $\frac{u^2\,d\varphi}{r^3} = \frac{3\cos L\cos n - \cos 5}{r^3} \times \frac{u\,du\,d\varphi}{\cos 5}$

on voit que la valeur de C sera aussi égale à $\int \frac{u^2\,d\varphi}{r}$ qui est précisément celle qui conviendrait au courant qui termine la surface, ce qui nous conduit à ce théorème important : *Un courant fermé agit sur un élément de courant de la même manière qu'une surface quelconque dont il formerait le contour et qui serait recouverte de courants fermés très-petits.*

Dans le cas où les courants fermés seraient indépendants les uns des autres et subsisteraient autour de chaque particule de la surface, le théorème précédent serait encore vrai, car si K représente la distance de deux d'entre eux, il y en aurait $\frac{1}{K}$ dans l'unité de longueur, et $\frac{1}{K^2}$ dans l'unité de surface, et la valeur de C deviendrait dans ce cas

$$C = \iint . \left\{ \frac{3\cos L\cos n - \cos 5}{2\,r^3} \right\} \frac{d^2\lambda}{K^2} = \frac{1}{2\,K^2} \int \frac{u^2\,d\varphi}{r^3}$$

Il reste à trouver l'expression de ces intégrales pour des courants fermés quelconques et deux courants fermés très-petits, expression qui serait très-importante dans ce dernier cas.

§ 3. *Action des courants fermés ou infinis sur des courants fermés ou des solénoïdes.*

47. Ampère a nommé *solénoïde* (σωλενοειδης, qui a la forme d'un canal), un système de courants fermés très-petits ayant leurs centres également espacés sur un courbe qu'il nomme *directrice* du solénoïde. Soit AB (fig. 15) un solénoïde, et g la distance qui sépare deux de ces petits courants fermés qui seront en nombre $\frac{ds}{g}$ dans l'élément ds de la directrice AB. Pour avoir l'action de l'élément du solénoïde sur mn', il faut multiplier les valeurs de A, B, C, du n° 43 par $\frac{ds}{g}$ et intégrer pour avoir

Digitized by Google

l'action du solénoïde. On obtient alors en nommant x, y, z les coordonnées des différents points du solénoïde et en observant que

$$ds \cos L = dr \qquad \text{et } ds \cos \xi = dx.$$

$$(1)\ A = \int \left(\frac{3\,x dr}{r^4} - \frac{dx}{r^3} \right) \frac{\lambda}{2\,g} = \frac{\lambda}{2\,g} \left\{ \frac{x^2}{r_2^3} - \frac{x_1}{r_1^3} \right\}$$

les valeurs de B et de C s'obtiendraient de la même manière, x_1, r_1, x_2, r_2 étant les limites relatives à A et à B.

Si le solénoïde est indéfini dans un sens on a

(2) $A = \frac{\lambda\, x_1}{2\, g r_1^3} B = \frac{\lambda\, y_1}{2\, g r_1^3} C = \frac{\lambda\, y_1}{2\, g\, r_1^3}$. S'il est fermé on a $A = 0$ $B = 0$ $C = 0$, et dans ces deux cas la valeur de F deviendrait en substituant ces valeurs dans la formule générale (39)

$$F = \frac{ii'}{2\,g} \frac{ds' \sin \omega\, \lambda}{r^2} \text{ et } F = O.$$

Comme on a $\frac{A}{x_1} = \frac{B}{y_1} = \frac{C}{z_1}$ on voit que la directrice se confond avec le rayon mené de l'élément au sommet du solénoïde qu'on nomme son pôle. La force qui passe par le point o est donc normale sur le plan $Am'm'$ puisqu'elle doit être perpendiculaire sur l'élément et sur la directrice.

48. *Action d'un solénoïde indéfini dans un sens sur un courant fermé ou un autre solénoïde.*

Plaçons l'origine au pôle d'un solénoïde indéfini, nous aurons pour les composantes de l'action exercée (fig. 16) sur un courant fermé dont mn est un élément, en observant que $rds \sin \omega$ est le double du secteur mAn sur lequel la force est perpendiculaire

$$X = \frac{ii'\lambda}{2\,g} A \quad Y = \frac{ii'\lambda}{2\,g} B \quad Z = \frac{ii'\lambda}{2\,g} C.$$

Mais $\frac{X}{A} = \frac{Y}{B} = \frac{Z}{C}$, donc la force est dirigée suivant la

Digitized by Google

directrice. Si le courant fermé est plan et très-petit, on substituera pour A, B, C les valeurs que nous avons données (c) et on aura

$$(3)\quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{ii'\lambda\lambda'}{2g} \sqrt{\frac{3\cos^2 L + 1}{r^3}}$$

les valeurs maximum et minimum correspondent à $L = 0$ et $L = \frac{\pi}{2}$.

Si le courant mn est lui-même le pôle d'un autre solénoïde indéfini dans lequel g' représenterait la distance de deux courants consécutifs, on aurait

$$A = -\frac{\lambda'}{g'}\frac{x'}{r'^3}, B = -\frac{\lambda'}{g'}\frac{y'}{r'^3}, C = -\frac{\lambda'}{g'}\frac{z'}{r'^3}$$

et par suite

$$X = -\frac{ii'\lambda\lambda'}{2gg'}\frac{x'}{r'^3}, Y = -\frac{ii'\lambda\lambda'}{2gg'}\frac{y'}{r'^3}, Z = -\frac{ii'\lambda\lambda'}{2gg'}\frac{z'}{r'^3}$$

et les équations $\frac{X}{x'} = \frac{Y}{y'} = \frac{Z}{z'}$ indiquent que la force est dirigée suivant la droite qui joindrait les deux pôles, et sa valeur est

(4) $F = \frac{-ii'\lambda\lambda'}{2gg'} \times \frac{1}{r^2}$. Elle sera répulsive si les courants tournent dans le même sens, et attractive dans le cas contraire. Pour obtenir l'action de deux solénoïdes définis, il suffit, ainsi que cela résulte de l'intégrale (1), de substituer à leurs extrémités les pôles de noms contraires de solénoïdes indéfinis, et l'on voit que cette action se compose de quatre forces : deux attractives et deux répulsives dirigées suivant les droites qui joignent les pôles des solénoïdes, et que dans tous les cas *elle ne dépendra nullement de la forme du solénoïde, mais seulement de la position de ses extrémités.* Il résulte aussi de là que si on plaçait sur une courbe les pôles de plusieurs solénoïdes indéfinis ayant tous cette courbe pour directrice, on obtiendrait autant de pôles qu'il y aurait d'alternatives dans le sens

Digitized by Google

des courants, et ces pôles prennent alors le nom de *points conséquents.*

Expérience. 1°. Les pôles de deux solénoïdes se repoussent s'ils sont de même nom, c'est-à-dire si les courants s'y meuvent dans le même sens, et ils s'attirent s'ils sont de nom contraire.

2°. Un solénoïde n'a aucune action lorsque sa directrice est une courbe fermée.

49. Plaçons au centre d'une sphère le centre d'un courant fermé et plan très-petit perpendiculairement auquel nous menerons un diamètre; considérons les extrémités de cette dernière ligne comme les pôles du globe. Nous concluerons de ce que nous avons vu plus haut (45, 47) qu'en plaçant sur cette sphère un solénoïde très-petit et librement suspendu, il se placera sur la directrice, et s'il était seulement mobile dans un plan perpendiculaire à un rayon, il se placerait dans le méridien correspondant. En outre, on trouve entre l'angle que fait la directrice et l'horizontale ou l'inclinaison et celui que fait le rayon correspondant à la position du solénoïde avec le rayon à l'équateur, ou la latitude, les relations suivantes :

1°. Tang. inclin. = 2 tang. lat.

2°. L'équation (3) du n° 47 indique que la force est en raison inverse du cube de la distance au centre de la sphère.

3°. En combinant les équations

$$\text{tang. inclin.} = 2 \text{ tang. lat.}$$

$F = \frac{ii'\lambda\lambda'}{2\,gr^3}\sqrt{3\cos^2 L + 1}$ et observant que L est le complément de latitude on arrive à

$$F = \frac{ii'\lambda\lambda'}{gr^3}\sqrt{\frac{1}{4 - 3\sin^2 \text{incl.}}}$$

4°. En multipliant cette équation par cos incl. on aura pour l'action qui sollicite l'aiguille dans le plan perpendiculaire au rayon

$$F = \frac{ii'\lambda\lambda'}{gr^3}\sqrt{\frac{1}{3 + \sec.^2 \text{incl.}}}$$

(*Expérience de Barlow.*)

Digitized by Google

DU MAGNÉTISME.

SECTION II.

CHAPITRE I.

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES AIMANTS.

§ 1. *Des attractions et des répulsions magnétiques et des pôles des aimants. Loi des actions magnétiques.*

50. La nature nous fournit dans quelques localités une mine de fer $\dddot{F}e^3$ jouissant de la propriété d'attirer la limaille de ce métal; on la nomme *aimant*. La cause de ce phénomène a reçu le nom de *magnétisme*, de μαγνης, qui, chez les anciens, désignait cette pierre.

51. Toutes les substances paraissent influencées par la présence des aimants; les unes, comme l'acier acquérant toutes leurs propriétés magnétiques, forment des aimants artificiels permanents; d'autres (fer, nickel) (1) ne conservent à la température ordinaire, leur état magnétique, que sous l'influence de la cause qui les modifie. Le plus grand nombre enfin, en recevant des aimants une impression subite et fugitive, donne naissance aux beaux phénomènes découverts par M. Arago.

52. Les aimants possèdent ordinairement deux, et quelquefois plusieurs centres d'action, où la limaille de fer vient se grouper de préférence. On les nomme pôles dans le premier cas. Quand il y en a plusieurs, les pôles intermédiaires prennent le nom de *points conséquents*.

(1) On a cru long-temps que le cobalt était magnétique à la température ordinaire; mais des expériences récentes de M. Faraday semblent démontrer qu'il devait cette propriété à du fer qui le rendait impur, et que les seuls métaux magnétiques, même à des températures très-basses, sont le *fer* et le *nickel*.

Digitized by Google

53. Une aiguille aimantée librement suspendue par son centre de gravité prend toujours dans l'espace, et sous l'influence du globe, une direction fixe, nord-sud, déterminée par la ligne qui joint les pôles. On nomme austral celui qui est situé vers l'extrémité de l'aiguille qui regarde le nord, et boréal le pôle opposé. On nomme *méridien magnétique* le plan qui passe par l'aiguille et le fil de suspension; déclinaison l'angle que fait ce plan avec le méridien terrestre, et inclinaison l'angle que forme l'aiguille avec l'horizon.

54. Deux barreaux aimantés mobiles, abandonnés à leur influence mutuelle, se repoussent par les pôles de même nom, et s'attirent par les pôles de noms contraires. Ces actions sont réciproques au carré de la distance.

55. En brisant un fil aimanté en un nombre quelconque de parties, on obtiendra autant d'aimants doués de deux pôles.

CHAPITRE II.

THÉORIE DU MAGNÉTISME.

§ 1. *Hypothèse d'Ampère sur la cause du magnétisme. Lois auxquelles conduit cette théorie.*

56. Ampère, guidé par l'analogie qu'il trouva entre les solénoïdes et les aimants, fut conduit à une explication des phénomènes magnétiques qui réunit à la simplicité toutes les garanties qu'on peut exiger d'une bonne théorie physique.

57. Théorie d'Ampère. « *Les corps à l'état naturel ont toutes leurs molécules enveloppées de courants électriques, qui, prenant par l'aimantation des directions fixes, produisent des solénoïdes. Un aimant est donc un assemblage de courants fermés particulaires, et un solénoïde le squelette magnétique des substances aimantées.* »

58. Il ne me paraît pas nécessaire d'admettre la préexistence des courants dans les corps à l'état naturel, et j'ai cru en

Digitized by Google

modifiant un peu la théorie précédente pouvoir la présenter ainsi.

59. « Un courant électrique, ou un aimant, en agissant » convenablement sur un corps, y développe toujours des cou- » rants fermés moléculaires. Ces courants qui surexistent à la » cause dans les aimants, disparaissent avec elle dans les corps » simplement magnétiques. Dans tous les autres ils naissent » pour être aussitôt détruits. Leur direction dans les aimants » dépendra, pour une même cause, de la nature de la sub- » stance; et si l'on nomme lignes d'aimantation les courbes » normales en tous leurs points à des courants moléculaires, » l'action des aimants sera liée à la forme de ces courbes, leur » nombre et l'intensité des courants. »

60. Cette théorie satisfait entièrement aux *besoins actuels de la science*, et a déjà conduit à des découvertes importantes. L'aimantation, la production et la nature des points conséquents s'expliquent maintenant avec facilité, et les lois qui régissent les actions mutuelles des aimants ou des aimants et des courants, déduites dans les nos 47, 48 des actions simples de deux éléments de courants, offrent avec l'expérience l'accord le plus parfait.

Expériences de Coulomb sur les actions des aimants. Expérience de M. Biot sur l'action exercée par un fil sur un aimant.

Expérience de MM. Gay-Lassac et Welter sur un aimant formant une courbe fermée.

61. Nous venons donc de ramener à un principe unique et incontestable, les phénomènes multipliés de l'électro-dynamique, du magnétisme et de l'électro-magnétisme, et nous trouvons dans les rapports qui lient entre eux les faits les plus éloignés, un indice certain de la bonté de cette théorie.

Si quelques difficultés se présentent encore dans leur explication, l'analyse seule pourra les surmonter.

62. Quelques physiciens, méconnaissant les avantages qu'il y aurait à adopter les idées d'Ampère, quand même elles ne serviraient qu'à classer les phénomènes, hésitent et penchent

Digitized by Google

encore vers celle de Coulomb. La comparaison des deux théories qui partagent encore les savants les décidera, je l'espère, et fixera leur opinion.

§ 2. *Théorie de Coulomb.*

63. L'hypothèse de Coulomb est encore assez généralement adoptée, malgré la faiblesse des raisons sur lesquelles elle repose, et les difficultés qu'on éprouve à l'appliquer, même dans les cas les plus simples.

64. Entraîné par quelques traits de ressemblance entre les phénomènes électriques et magnétiques, ce célèbre physicien admit l'existence de deux fluides dont chacun se repousse et attire l'autre. On nomme *austral* celui qui paraît dominer dans l'hémisphère sud et tourne de ce côté l'un des pôles d'un barreau aimanté, et *boréal* celui dont l'action se fait principalement sentir dans l'hémisphère nord. Un aimant pouvant être divisé, rompu en plusieurs parties qui formeront autant d'aimants, Coulomb considéra chaque corps susceptible d'aimantation comme formé d'espaces très-petits, pouvant renfermer un nombre plus ou moins grand de particules matérielles, dans lesquelles les deux fluides existent naturellement à l'état neutre ou combinés, et peuvent, sous certaines influences extérieures, être séparés, sinon totalement, du moins partiellement. Cette décomposition pourra, dans certains cas, être arrêtée par une force qu'il nomme *force coercitive*, qui s'opposera aussi à la réunion des principes magnétiques, lorsque, séparés, on les abandonnera à leurs actions mutuelles, et leur déplacement n'aura jamais lieu que dans les très-petits espaces que nous considérons et qu'on nomme *éléments magnétiques*. Les actions exercées par les molécules magnétiques devront être réciproques aux carrés des distances.

§ 3. *Comparaison des deux théories.*

65. Les bases de cette théorie, plus spécieuse que logique,

Digitized by Google

ne nous paraissent pas résulter nécessairement des faits. Il est en effet permis de douter de l'existence de deux fluides *qu'on n'a jamais isolés*, inhérents aux particules des corps et donnant naissance à des forces dont on peut expliquer la nature au moyen d'hypothèses très-différentes.

Les lois des actions mutuelles des barreaux aimantés que Coulomb avait déterminées par expérience, ne sont pas nécessairement applicables aux molécules magnétiques.

Il était donc impossible de parvenir par l'expérience seule, et sans le secours du calcul, aux actions simples qui faisaient la base de cette théorie, et M. Poisson, par des travaux analytiques complétement vérifiés par l'expérience, a le plus puissamment contribué à la protéger et à la faire vivre.

66. Sans blâmer la méthode de déduction qu'a employée ce géomètre, la seule possible dans bien des cas, on ne saurait cependant lui attribuer la même rigueur qu'à la méthode d'induction dont nous avons fait usage. Avec la première, en effet, on ne peut affirmer qu'on a toujours introduit dans le calcul tous les éléments qui jouent quelque rôle dans les phénomènes. On peut objecter que le petit nombre de résultats auxquels on parvient, et que l'expérience sanctionne, ne sont que des cas particuliers d'un fait plus général à l'explication duquel la science ne saurait s'élever. Enfin, pour que la théorie précédente ainsi fondée méritât notre confiance absolue, il faudrait prouver *qu'aucune autre hypothèse* ne conduirait aux mêmes conséquences.

67. Avant donc de considérer les beaux mémoires de M. Poisson comme la preuve la plus évidente de l'existence des deux fluides, voyons si, donnant de la force aux idées que nous venons d'émettre sur les méthodes de déduction, ils ne sont pas la conséquence nécessaire et la confirmation la plus complète de l'hypothèse des courants moléculaires.

Ses recherches ont eu pour objet la distribution du magnétisme dans les corps aimantés par influence, dont il a fait dépendre l'action de celle exercée par un élément et une molécule magnétique. Cette dernière action, rigoureusement dé-

Digitized by Google

duite des lois posées par Coulomb, étant précisément celle (48) qu'exerce sur le pôle d'un solénoïde indéfini, un courant fermé très-petit et plan, nous pouvons poser avec assurance les principes suivants :

« Dans tous les cas possibles, l'action exercée par un courant » fermé plan et très-petit sur le pôle d'un solénoïde indéfini » représentera en grandeur et en direction celle qui aurait » lieu entre un élément et une molécule magnétiques. On par- » viendra à tous les résultats obtenus par la méthode de Cou- » lomb, en substituant le pôle d'un solénoïde indéfini à une » molécule magnétique, et à un élément magnétique, un cou- » rant fermé plan et très-petit, perpendiculaire à la ligne d'ai- » mantation. »

68. Les travaux de M. Poisson, que nous regrettons de ne pouvoir exposer ici, en les faisant dépendre de l'action de deux éléments de courants, forment donc maintenant une branche importante de l'électro-dynamique. Ses calculs, basés d'abord sur une hypothèse purement gratuite, subordonnés maintenant à un principe impérissable, acquièrent une certitude et une généralité qui doivent les faire regarder comme l'expression même des faits.

Nous citerons cependant quelques résultats importants auxquels il est parvenu et dont nous aurons besoin plus tard.

69. Deux corps aimantés agissent l'un sur l'autre comme s'ils étaient simplement recouverts d'une couche très-mince d'éléments magnétiques, ou de courants particulaires. (Expériences de Barlow.) Cette dernière action pouvant, comme nous l'avons vu (46), être remplacée par celle qu'exerceraient des courants fermés limitant les surfaces des corps, il est impossible que deux courants fermés puissent par leurs actions mutuelles donner naissance à des mouvements de rotation continue, puisqu'on peut ramener ces forces à celles de molécules magnétiques, agissant suivant la droite qui les joint, et en raison inverse du carré de leurs distances.

70. La théorie d'Ampère, en expliquant tous les faits connus du magnétisme, a évidemment, sur celle de Coulomb,

Digitized by Google

l'avantage immense de les grouper tous autour d'un fait plus simple, et de contribuer puissamment aux progrès de la science en la simplifiant. De plus, lorsque dans celle-ci le principe magnétique reste toujours à l'état d'abstraction, dans celle-là nous l'isolons, il est palpable. Dans la première enfin, une seule hypothèse parfaitement d'accord avec les faits dont elle semble être la conséquence forcée, suffit à l'explication de tous les phénomènes. Dans l'autre, chaque pas nouveau appelle une nouvelle hypothèse. Le choix n'est déjà plus douteux !

Digitized by Google

DE L'ÉLECTRO-MAGNÉTISME
ET DU
MAGNÉTISME TERRESTRE.

SECTION III.

CHAPITRE I.

DE L'ACTION EXERCÉE PAR UN COURANT SUR UN AIMANT.

Histoire. Phénomènes généraux.

71. Œrsted, enchaînant le magnétisme à l'électricité par ses recherches sur les actions des courants et des aimants, posa, en 1820, les bases des phénomènes électro-dynamiques.

Les mouvements imprimés à une aiguille aimantée par un courant voltaïque, conduisant bientôt à l'étude des modificationt que l'électricité devait produire dans les substances magnétiques, M. Arago trouve l'attraction exercée par un fil conjonctif sur la limaille de fer, et produit avec un courant tous les phénomènes d'aimantation connus. M. Faraday, prenant pour guide les idées d'Ampère sur les aimants, arrive à l'induction, et l'action exercée par les aimants sur les courants dans le vide conduit Davy à l'explication d'un des plus beaux phénomènes de la nature, *l'aurore boréale.*

72. Les physiciens qui n'adoptent pas notre manière de voir sur les aimants expliquent ces faits de deux manières : les uns admettent que l'électricité développe dans les conducteurs de petits aimants transversaux, et que l'action d'un élément de fil sur un élément magnétique doit pouvoir se ramener à celles exercées par des molécules magnétiques. Les autres pensent qu'il existe entre un élément de courant et une molécule magnétique une force particulière, spéciale, encore inconnue

Digitized by Google

dans sa nature, mais dont il est cependant possible de déterminer la valeur.

73. La première hypothèse est inadmissible. Les mouvements de rotation continue imprimés par un aimant à des courants, et les expériences de Davy, détruisent complétement toute explication qui ferait des courants électriques un assemblage de petits aimants.

74. La seconde, en nous conduisant aux résultats que nous obtiendrions en assimilant les aimants à des solénoïdes, fera de nouveau ressortir l'identité de ces deux agents. Pour la constater, en effet, il suffit de montrer que, indépendamment de toute hypothèse, cette force nouvelle exercée par un élément de courant sur le pôle d'un aimant, représente en grandeur et en direction celle d'un élément de fil et d'un pôle de solénoïde, et alors tous les phénomènes électromagnétiques, pour la plupart si faciles à expliquer dans l'hypothèse d'Ampère, en seront les conséquences nécessaires. Laplace paraît avoir déduit l'expression de cette force des expériences de MM. Biot et Savart sur l'action d'un fil indéfini et d'un petit aimant; mais comme ses calculs n'ont point été publiés, et qu'on ne sait pas quel degré de généralité il avait apporté dans ses recherches, j'ai cru nécessaire de rétablir cette lacune dans la science.

CHAPITRE II.

DÉTERMINATION DE L'ACTION EXERCÉE PAR UN ÉLÉMENT DE FIL CONDUCTEUR SUR UNE MOLÉCULE MAGNÉTIQUE.

§ 1. *Détermination de la direction de la force.*

75. Soit P le pôle d'un aimant indéfini dans un sens et mn (fig. 17) un élément de courant dont le milieu est en I, l'action cherchée dépendra de la distance PI et de l'angle de mn avec cette droite. On pourra décomposer (8) mn en deux éléments situés dans le secteur Pmn, l'un perpendiculaire à PI,

Digitized by Google

et l'autre situé sur cette droite. L'action totale devant être égale à la somme des actions exercées par ces deux projections, nous aurons à déterminer la direction de la force dans les deux cas suivants :

1°. L'élement est perpendiculaire sur *PI*.

2°. L'élément est situé sur cette droite.

76. L'expérience suivante va nous conduire au résultat cherché.

Expérience. Le pôle d'un aimant, situé dans le plan d'un courant circulaire, est sans action pour faire tourner ce courant autour de son axe; si l'aimant est rectiligne et perpendiculaire au plan d'un cercle, le seul mouvement possible a lieu parallèlement à l'axe de l'aimant.

Expériences de Faraday, de Delarive.

77. Soit maintenant *P* le pôle de l'aimant, *mn* l'élément perpendiculaire à *PI*, et supposons (fig. 18) d'abord que l'action se réduise à une force unique, elle coupera la droite *PI* en un certain point *K*, sans cela en renversant le sens du courant l'action nouvelle ne serait pas directement opposée à la première. Décomposons la force appliquée en *K* en trois autres rectangulaires dont l'une sera dirigée suivant *PI*, et une autre parallèlement à *mn*. Ces deux forces seront nulles. En effet, si la première n'était pas nulle, en faisant décrire à *mn*, et dans un plan perpendiculaire à *PI*, une demi-circonférence, la résultante nouvelle ne serait pas opposée à sa direction primitive, ce qui est contraire à l'expérience; la force tangentielle doit aussi être nulle, car dans l'expérience précédente on peut supposer le pôle *P* au centre d'un cercle, alors tout devenant semblable pour tous les éléments, si l'action exercée par chacun d'eux n'était pas nulle séparément, les différentes parties du cercle auraient une tendance à se mouvoir dans le même sens, et contradictoirement à l'expérience il en résulterait un mouvement de rotation continu. On voit par cette discussion que l'action exercée par l'élément per-

Digitized by Google

pendiculaire à *PI* est normale au plan du cercle, ce qui est conforme à la seconde partie de l'expérience citée plus haut (76).

Si l'on objectait que l'action précédente ne se réduit pas à une force unique, on appliquerait le raisonnement précédent à chacune des deux forces auxquelles on ramènerait nécessairement l'action, et on arriverait au résultat précédent qu'on peut encore regarder comme la conséquence forcée de ce fait, que les mouvements de rotation autour de trois axes rectangulaires étant nuls, et le seul mouvement possible étant parallèle à l'aimant, l'action se réduit à une force unique perpendiculaire au plan du cercle.

78. Soit *ABC* un courant circulaire dont le centre est *C*, *P* le pôle d'un aimant, et *mn* un élément (fig. 19). Décomposons *mn* en deux parties *mm'*, *nn'* perpendiculaires sur *PI* et dont l'action est nulle, et en deux autres *n'i*, *m'i* dirigées suivant *PI*. Je dis que l'action de ces deux dernières parties est nulle aussi. En effet, si chaque moment élémentaire exercé par les éléments dirigés suivant le rayon mené du pôle à ces éléments n'était pas nul, il est facile de voir à l'inspection de la figure que tous agiraient dans le même sens, et que le moment total aurait une valeur pour faire tourner le cercle autour de son centre, ce qui est contraire à l'expérience précédente (76).

79. «L'action exercée par le pôle d'un aimant sur un élément de courant dirigé d'une manière quelconque dans »l'espace, se réduit toujours à une seule force, qui rencontre »le rayon mené du pôle de l'aimant au milieu de l'élément, et »qui est perpendiculaire au plan du secteur formé en joignant »ce pôle aux extrémités de l'élément.»

§ 2. *Détermination du point d'application de la force.*

80. Plusieurs physiciens distingués ont été long-temps partagés d'opinions sur ce sujet important, et c'est à M. Faraday qu'on doit d'avoir résolu cette difficulté par ses

Digitized by Google

expériences sur le mouvement d'un conducteur soumis à l'influence d'un aimant. Je prendrai ici, pour déterminer le point d'application de la force, une expérience très-simple de M. Liouville, qui a eu l'extrême obligeance de me la communiquer avec d'autres renseignements, qui m'ont été d'un grand secours dans des travaux dont il s'est lui-même occupé avec tant de succès.

81. *Expérience de M. Liouville.* Considérons une partie de courant verticale *xaby* (fig. 20) que l'on courbe un peu à sa partie supérieure, afin de pouvoir la placer sur une coupe située sur le prolongement de ce courant. Elle plonge en *a* dans du mercure, et en *y* dans un vase plein d'eau acidulée. Sur ce vase est placée une carte *MN* percée d'un petit trou *vz* qui ne permet que le passage du fil. On observe alors, en faisant passer un courant dans ce conducteur, que le pôle d'un aimant ne peut jamais, quelle que soit sa position par rapport à ce fil, lui imprimer un mouvement de rotation, et je dis qu'il résulte nécessairement de là que l'action du pôle d'un aimant sur un élément de fil conducteur passe par le milieu de cet élément.

En effet, prenons un aimant assez long pour qu'un de ses pôles n'agisse pas sur le fil, ou mieux plaçons l'un des pôles d'un aimant *A'B'* dans le prolongement du fil sous le verre; (il est clair que dans ce cas, vu la symétrie de toutes les faces du fil, le pôle *A'* n'agira pas pour le faire tourner) nous n'aurons à considérer que l'action du pôle *B'* et les forces qui résultent de l'action de ce pôle sur les éléments du fil ont une résultante perpendiculaire au plan *B'axy*, et qui doit nécessairement passer par l'axe du conducteur, sans cela on aurait un mouvement de rotation continu, et le fil tournerait d'un mouvement accéléré; ce fait n'ayant pas lieu, quelle que soit la longueur du fil, il en serait de même pour un élément. «Donc l'action exercée par le pôle d'un aimant sur un élé» ment de courant est perpendiculaire au secteur formé par » l'élément et le pôle de l'aimant, et passe par le milieu de » l'élément. »

Digitized by Google

82. Pour apprécier la certitude de l'expérience précédente on remarquera :

1°. Que le frottement étant peu considérable et agissant à l'extrémité d'un bras de levier presque insensible, la force la plus faible suffirait pour faire tourner le fil.

2°. Qu'en enlevant la carte destinée à empêcher le mouvement de translation, que sans elle le fil pourrait prendre, ce mouvement a lieu en effet.

3°. Enfin, que le pôle d'un aimant exerce toujours une action assez forte sur un conducteur ayant ses extrémités dans l'axe de cet aimant, et l'amène très-vite à une position fixe d'équilibre, quelque peu écarté de l'axe que soit ce conducteur. Il ne peut donc maintenant y avoir aucun doute sur la théorie que nous venons d'établir.

§ 3. *Détermination de l'intensité de la force.*

83. Si l'on joint le pôle P d'un aimant avec le milieu O de l'élément mn et qu'on nomme ω l'angle de cet élément avec PO, on pourra le remplacer par ses projections $ds \sin \omega$, $ds \cos \omega$; la dernière dirigée suivant le rayon n'exerçant aucune action sur le pôle de l'aimant, nous n'avons à considérer que celle exercée par $ds \sin \omega$ que nous avons reconnu être perpendiculaire sur le secteur Pmn. Soit $\varphi(r)$ la fonction de la distance qui représente la loi de ses variations, $\varphi(r)$ $ds \sin \omega$ sera l'expression de la force exercée par le pôle d'un aimant sur un élément de courant. Pour déterminer $\varphi(r)$ nous emploierons l'expérience de MM. Biot et Savart.

84. *Expérience.* Un fil rectiligne indéfini, traversé par un courant, exerce sur le pôle d'un aimant une action réciproquement proportionnelle à la simple distance (fig. 21).

Soit MN le fil indéfini, P le pôle de l'aimant et mn un élément du fil. Posons en outre $PO=r$ $AO=S$, $AOP=\omega$, $AP=y$, on aura pour l'action de mn sur P

$$F=ds \sin \omega \varphi(r)=ds \varphi(\sqrt{s^2+y^2}) \frac{y}{\sqrt{s^2+y^2}} \quad (1)$$

Digitized by Google

et pour l'équation qui représente le cas d'équilibre précédent

$$\int_0^\infty ds \frac{\varphi(\sqrt{s^2+y^2})}{\sqrt{s^2+y^2}} = \frac{K}{2y^2} = \frac{\mu}{y^2}$$

équation qui donne immédiatement (22)

$$\varphi(r) = \frac{\mu}{r^2}.$$

Ainsi nous pouvons regarder maintenant comme certain que l'action exercée par le pôle d'un aimant sur un élément de courant est perpendiculaire sur le secteur formé par le pôle de l'aimant, et l'élément, qu'elle passe par le milieu de celui-ci, et a pour expression $\frac{\mu \sin \omega\, ds}{r^2}$, ω étant l'angle de cet élément avec le rayon mené de l'aimant au milieu de l'élément.

85. Cette action rigoureusement déduite des faits, libre de toute hypothèse, étant précisément celle qui représente (47) l'action exercée par le pôle d'un solénoïde sur un élément de courant, il y a donc une identité complète entre les deux pôles.

Si nous recherchons maintenant, au moyen de la méthode de calcul du n° 48, l'action exercée par le pôle d'un solénoïde sur celui d'un aimant, nous trouvons qu'ils agissent l'un sur l'autre comme le feraient deux solénoïdes ou deux aimants ; est-il logique alors, pour expliquer deux effets identiques, d'admettre des causes différentes? et puisque nous ne pouvons ramener l'action des solénoïdes à des molécules magnétiques, n'est-il pas nécessaire d'attribuer l'action des aimants à des courants moléculaires ?

86. Les phénomènes d'induction vont encore nous offrir des preuves à l'appui de ce système. Pour les expliquer, en effet, il faudrait admettre une force nouvelle en vertu de laquelle les aimants produiraient des courants, et les courants l'aimantation. En admettant comme élémentaire la force dont nous venons de déterminer la valeur, quoique jusqu'ici on n'ait donné ce nom à des forces semblables, elle n'est pas la

Digitized by Google

conséquence de la première, puisqu'elle ne se manifeste qu'après la production du courant ou de l'aimant. Il est donc bien certain encore, puisqu'on ne peut pas supposer que les molécules magnétiques développent de l'électricité, que les courants produisent réellement tous les phénomènes magnétiques connus.

87. Lorsqu'au moyen d'une hypothèse presque forcée, tant de phénomènes sont venus se grouper autour d'un seul fait; lorsque le calcul a pu établir aussi complètement tous les rapports qui les unissent et que l'expérience a dans tous les cas confirmé toutes les actions prévues par la théorie, ne pas l'admettre serait, ce me semble, résister sinon à l'évidence, du moins à tout progrès scientifique.

CHAPITRE III.

EXPÉRIENCES SUR L'ACTION EXERCÉE PAR UN COURANT SUR UN AIMANT.

§ 1. *De l'action des aimants sur des courants rectilignes.*

88. Après avoir découvert, sans le secours d'aucune hypothèse, la loi de l'action exercée par le pôle d'un aimant sur un élément de courant, je vais en déduire quelques résultats importants, qui, par leur accord avec l'expérience, en montreront de nouveau la vérité. Il est inutile de dire qu'on pourra les vérifier, ainsi que ceux obtenus (47, 48, 49) soit avec des solénoïdes, soit avec des aimants. Il doit être évident maintenant pour ceux même qui n'adopteraient pas la théorie électrique des aimants qu'on doit dans les deux cas arriver aux mêmes résultats.

89. Soit AB (fig. 22) un très-petit aimant suspendu à un fil de cocon, et ab un fil conducteur traversé par un courant. mn étant un élément de fil posons

$$AI = r, \quad \widehat{AIO} = \omega, \quad AOC = \alpha, \quad AO = a.$$

L'action exercée par le pôle sur mn passe par le point i, est

Digitized by Google

perpendiculaire sur le secteur *Amn* et a pour expression $\frac{\mu \sin \omega \, ds}{r^2}$.

Sur le courant prolongé abaissons la perpendiculaire *AK* et soit $IAK = \theta$. Comme on a $r \sin \omega \, ds = r^2 \, d\theta$, il vient $\frac{\mu \sin \omega \, ds}{r^2} = \frac{\mu \, d\theta}{r}$, et comme $r = \frac{a \sin \alpha}{\cos \theta}$, on obtiendra pour l'action cherchée

$$F = \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu \cos \theta \, d\theta}{a \sin \alpha} = \frac{\mu}{a} \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \alpha, \text{ et } \frac{2\mu}{a} \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \alpha \text{ pour}$$

l'action total du fil.

Si ce dernier est vertical ou perpendiculaire à *AO* l'action devient $\frac{2\mu}{a}$

(*Expériences de Biot et Savart.*)

§ 2. *Calcul des oscillations d'un aimant sous l'influence d'un fil indéfini.*

90. Soit *ab* un aimant mobile en son milieu *k* sur un pivot vertical, et *o* la projection d'un fil vertical indéfini situé dans un plan perpendiculaire sur l'aiguille en *k*. *a'b'* étant une nouvelle position de l'aiguille. Posons $kb = \lambda$, $b'kb = \varepsilon$, $ko = c$, $kob' = u'$, $koa' = u$, $ob' = r'$, $oa' = r$. Le point *o* étant supposé lié aux extrémités de l'aimant, les actions exercées par ses pôles sur le fil sont appliquées en *o* et perpendiculaires aux rayons. Ces forces auront pour valeurs respectives (89) $\frac{2\mu}{r} c \cos u$, $\frac{2\mu}{r'} c \cos u'$; la loi du mouvement sera donc donnée par l'équation

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \int \rho^2 \, dm = 2 \mu c \left\{ \frac{\cos u}{r} - \frac{\cos u'}{r'} \right\} \quad (1)$$

$\int \rho^2 \, dm$ étant le moment d'inertie de l'aiguille. Remplaçant $\frac{\cos u}{r}$ et $\frac{\cos u'}{r'}$ par leurs valeurs

Digitized by Google

$$\frac{c - \lambda \sin \varepsilon}{\lambda^2 + c^2 - 2 \lambda c \sin \varepsilon} \quad \frac{c + \lambda \sin \varepsilon}{\lambda^2 + c^2 + 2 \lambda c \sin \varepsilon}$$

et négligeant le quarré de ε que nous supposerons très-petit, on aura :

$$\frac{d\varepsilon}{dt}\int \rho^2 \, dm = 2 \mu c \left\{ \frac{c - \lambda \varepsilon}{c^2 + \lambda^2 - 2 c \lambda \varepsilon} - \frac{c + \lambda \varepsilon}{c^2 + \lambda^2 + 2 c \lambda \varepsilon} \right\}$$

Si nous supposons l'aimant assez petit pour qu'on puisse négliger le carré $\frac{\lambda^2}{c^2}$, on aura :

$$\frac{d\varepsilon}{dt}\int \rho^2 \, dm = \frac{4 \mu \lambda \varepsilon}{c} \qquad (2)$$

résultat auquel on arrive immédiatement en posant $\cos u = \cos u' = 1$, et négligeant dans le moment $\frac{\mu c}{r} - \frac{\mu c}{r'}$ le carré $\frac{\lambda^2}{c^2}$ et celui ε^2.

91. D'après la formule (2) du n° précédent, la force qui agissant à la distance λ de l'axe k et sous l'angle ε, pour faire tourner l'aimant, et qu'on peut supposer appliquée à une de ses extrémités, est égale à $\frac{4 \mu}{c}$, c'est-à-dire en raison inverse de la simple distance.

Ces calculs étaient nécessaires pour prouver que cette loi déduite des oscillations de l'aimant n'est vraie que pour un aimant très-petit par rapport à sa distance au fil, et qu'elle est une conséquence rigoureuse de la loi que nous avons donnée pour l'action d'un élément de courant, et du pôle d'un aimant ou d'une molécule magnétique.

(*Expériences de Biot et Savart.*)

92. Si le fil indéfini est horizontal et agit sur une aiguille mobile dans un plan horizontal sur un pivot vertical rencontré par le fil, on aura pour chaque pôle une force comme $o'n$ (fig. 24) perpendiculaire au plan qui passe par le fil et le pôle.

Si l'on mène par les pôles des plans $bo'b'$ $ao'a'$, perpendiculaires au fil; si l'on nomme φ l'angle $bo'b' = aoa'$, et a, a'

Digitized by Google

les plus courtes distances du fil aux pôles, on aura pour l'expression de chaque force égale et dirigée en sens contraire $F = \frac{2\mu}{a}$. On pourra les décomposer en deux : l'une située dans le plan vertical et l'autre dans le plan horizontal qui aura pour valeur $\frac{2\mu}{a}\cos\varphi$. Le moment du couple tendant à faire tourner l'aiguille sera $\frac{2\mu}{a}\cos\varphi . oo' = \frac{4\mu}{a}\cos\varphi\,\lambda\sin\varepsilon$. λ est la demi-longueur de l'aiguille et ε le complément de l'angle, qu'elle fait avec le plan vertical. Si l'aiguille est très-petite $\cos\varphi = 1$ et l'angle ε étant très-petit, on a pour la valeur du moment $\frac{4\mu}{a}\lambda\varepsilon$, et pour la valeur de la force, qui en agissant à la distance λ de l'axe CD et sous l'angle ε, produirait le même effet que le couple pour faire tourner l'aimant autour de CD serait évidemment $\frac{4\mu}{a}$. La loi du mouvement sera donnée alors par l'équation $\frac{d\varepsilon}{dt}\int\rho^2 dm = \frac{4\mu}{a}\lambda\sin\varepsilon\cos\varphi$, et l'aiguille ne sera en équilibre que quand elle sera perpendiculaire au fil.

(*Expériences d'Ampère* avec une aiguille astatique.)

(*Expérience d'Œrsted.*)

§ 3. *Condition d'équilibre d'une aiguille aimantée sous l'influence d'un courant.*

93. Une aiguille aimantée mobile en m dans un plan horizontal, et sollicitée par un fil indéfini passant au point o, se mettra toujours en croix avec ce fil, de manière que son pôle austral sera dans une position déterminée par celle du fil ; on demande les positions du courant pour lesquelles l'aiguille restera immobile.

Soient (fig. 24 bis) a et b les pôles de l'aimant, on pourra

Digitized by Google

décomposer les forces qui agissent au point o en deux dirigées suivant la perpendiculaire ok $\frac{2\mu}{r}\cos\alpha$, $\frac{2\mu}{r'}\cos\alpha'$ et deux autres parallèles à l'aiguille $\frac{2\mu}{r}\sin\alpha$, $\frac{2\mu}{r}\sin\alpha$. Si l'aiguille est mobile parallèlement à la ligne ok, il y aura équilibre si $\frac{\cos\alpha}{r}+\frac{\cos\alpha'}{r'}=o$.

En remplaçant dans l'équation précédente les valeurs de r, r' et α, α' en x et y, et en prenant pour axe deux droites rectangulaires passant par le milieu de l'aguille, on trouve que l'aiguille restera en équilibre, si le fil est situé sur une hyperbole équilatère.

Pour que l'aiguille ne puisse avoir de mouvement suivant sa direction, il faut qu'on ait

$$\frac{\sin\alpha}{r}-\frac{\sin\alpha'}{r'}=o.$$

94. Enfin si l'aiguille ne peut que tourner autour d'un point m et dans un plan horizontal, il est facile de trouver l'équation d'équilibre.

En effet, soit AB (fig. 25) l'aiguille d'une longueur $2\,l$, A, B ses pôles. La première force appliquée en o et qui agit sur le pôle B, a pour expression

$$\frac{2\mu}{r}\ ,r=oB.$$

Le moment sera $\frac{2\mu}{r}\times mq=\frac{2\mu}{r}(2\,l-\lambda)\cos\alpha$, en nommant λ la distance Am.

On aurait de même pour le moment agissant sur le pôle A

$\frac{2\mu}{r'}\lambda\cos\alpha'$, et pour qu'il y ait équilibre

$$\frac{\lambda\cos\alpha'}{r'}-(2\,l-\lambda)\frac{\cos\alpha}{r}=o.$$

Soit AX, AY les axes, x,y les coordonnées du point o projection du fil. Il vient

$$\frac{\lambda\,x}{y^2+x^2}=\frac{(2\,l-\lambda)\ (2\,l-x)}{y^2+(2\,l-x)^2}$$

Digitized by Google

Cette équation discutée conduit aux résultats suivants :

L'action sera nulle si, le point m étant au milieu de l'aiguille, le fil est placé sur un cercle passant par les pôles. Si le point m est situé entre le milieu de l'aiguille et un pôle, on trouve deux courbes limites passant par les pôles et ayant des formes particulières faciles à discuter. Tous ces résultats ont été vérifiés par les expériences de Œrsted, Faraday, Delarive, Boisgiraud, Erman, etc.

95. Les faits précédents conduisent à une méthode très-simple pour déterminer la position des pôles dans une aiguille aimantée. On prend un fil indéfini traversé par un courant assez faible pour ne pas influencer le magnétisme de l'aiguille, parallèlement à laquelle on le promène, et très-près après l'avoir suspendue à un fil de cocon. On verra l'action changer de signe avant d'arriver à l'extrémité, le point où l'équilibre sera détruit donnera la position du pôle.

§ 4. *De la rotation des courants sous l'influence des aimants et réciproquement.*

96. Considérons d'abord une aiguille aimantée horizontale et un fil indéfini vertical mobile (fig. 26). Soit ds l'élément de la courbe décrite par le fil ; on aura en nommant R la résultante

$$\frac{\cos\alpha}{r} + \frac{\cos\alpha'}{r'} = R\frac{dy}{ds}, \quad \frac{\sin\alpha}{r} - \frac{\sin\alpha'}{r'} = R\frac{dz}{ds}$$

Si l'on suppose qu'à chaque instant la vitesse déjà acquise par le fil soit détruite par la résistance du milieu dans lequel le fil se meut, ces équations auront lieu pour tous les points de la courbe décrite par le fil, et on obtiendra cette courbe en éliminant R et ds entre ces équations, et en intégrant l'équation à deux variables qui proviendra de la substitution des valeurs ci-dessus en x et y. On trouvera alors pour la courbe $y^2 + (x - c)^2 = c^2 - \lambda^2$ (1).

c étant une constante, λ la demi-distance des pôles. Le centre du cercle (1) est sur l'axe de l'aiguille à une distance c plus grande que λ.

Digitized by Google

97. Examinons maintenant l'action d'un fil quelconque sur un aimant mobile autour de l'axe qui passe par ses deux pôles.

Soient A et B (fig. 26) les pôles de l'aimant ou du solénoïde de forme quelconque. mn un élément de courant $\widehat{Aom} = \omega$, on a pour expression de l'action exercée sur l'élément par le pôle A $\frac{\mu \sin \omega \, ds}{r^2} = \frac{\mu \, du}{r}$, du étant le double du secteur Amn. La composante perpendiculaire au plan vertical aura pour expression $\frac{\mu \, du}{r^3}$ du étant le double de la projection du secteur sur le plan vertical ou le double de Amn'. Le moment s'obtiendra en multipliant cette expression par $OI' = r \sin \varepsilon, = \varepsilon \widehat{MAO}$, on aura pour l'action du pôle A, $\mu \sin \varepsilon \, d\varepsilon$. Pour l'action du pôle B, $\mu \sin \varepsilon_1 \, d\varepsilon_1$ et l'action totale de l'aimant, sur tout le fil, s'obtiendra en intégrant entre les limites convenables

$$\int \mu (\sin \varepsilon \, d_1 - \sin \varepsilon_1 \, d\varepsilon_1) = \mu \{ \cos \varepsilon'' - \cos \varepsilon'_1 + \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1 \}$$

On voit encore ici que le courant étant fermé l'action est nulle. Il est facile maintenant de discuter les diverses valeurs du moment suivant les positions des extrémités du fil dont *il dépend uniquement*, et d'obtenir ses *maxima* et *minima*. (*Expérience d'Ampère.*)

Si l'aimant était fixe et le fil mobile, ce dernier se mouvrait autour de l'axe de l'aimant sollicité par les forces précédentes et en sens contraire de l'aimant, et les vitesses dans les deux cas seraient réciproques aux moments d'inertie de l'aimant et du fil.

Expérience de Faraday. On peut, comme je m'en suis assuré, substituer avec avantage un cylindre électro-dynamique à un aimant.

98. Après avoir démontré qu'un courant fermé n'a aucune action pour faire tourner un aimant autour de son axe, il est important de donner les moyens de vérifier les expériences précédentes avec les courants dont nous pouvons disposer, et

Digitized by Google

qui sont toujours fermés. Dans les cas ordinaires ces courants amèneront seulement les aimants dans une position fixe d'équilibre, mais on peut obtenir des mouvements de rotation continue par les moyens suivants :

1°. Lier l'aimant à une partie du conducteur, celle-ci n'ayant pas d'action le mouvement aura lieu. On y arrive en faisant passer le courant dans l'aimant.

2°. Rendre mobile avec l'aimant une portion du courant, comme cela a lieu dans le cas où l'aimant plonge dans le mercure.

L'aimant tendant alors vers une position fixe d'équilibre, déplacera pour y arriver une portion de courant, et c'est aux changements de position de celle-ci, et à la variation qui en résultera dans les positions d'équilibre de l'aimant, qu'on devra de pouvoir obtenir ces mouvements de rotation.

Expériences d'Ampère sur des courants fermés agissant comme des tranches d'aimant sur d'autres courants fermés.

Expérience d'Ampère sur le mouvement d'un aimant vertical autour d'un axe qui ne passe pas par les pôles.

§ 5. *Action des aimants sur des courants pliés d'une manière quelconque.*

99. Soit A le pôle d'un très-petit aimant et $abcd$ un courant plié suivant un parallélogramme (fig. 27). On pourra lui substituer une surface recouverte de courants fermés très-petits, ou d'*éléments magnétiques*. Soit $d^2\lambda$ la surface d'un élément du parallélogramme, on aura pour l'action de cet élément (46) $\rho\frac{d^2\lambda}{r^3}$, ρ étant une constante. En prenant pour axe des lignes parallèles aux côtés du parallélogramme, et en nommant ε l'angle qu'elles font entre elles, on aura

$$d^2\lambda = dx\,dy\,\sin\varepsilon \quad r = \sqrt{x^2+y^2+2\,xy\cos\varepsilon}$$

et pour l'action totale du parallélogramme

$$\rho\sin\varepsilon\iint\frac{dx\,dy}{(x^2+y^2+2\,xy\cos\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}.$$

Digitized by Google

L'intégrale générale de cette expression se déduit facilement de la formule du n° 25 en y faisant $a = o$ après avoir développé l'arc en fonction de sa tangente, et on obtient en supprimant la constante $\frac{\pi}{2}$

$\frac{-\rho r}{xy \sin} = \frac{-\rho}{p}$, ρ étant la perpendiculaire $o\rho$. Il faudra pour avoir l'intégrale relative aux limites substituer pour ρ les perpendiculaires qui se rapportent aux quatre sommets du quadrilatère.

On pourra dans tous les cas appliquer ce genre de calculs aux surfaces recouvertes d'éléments magnétiques.

CHAPITRE IV.

DU MAGNÉTISME TERRESTRE.

§ 1. *Histoire. Phénomènes généraux.*

100. L'étude du magnétisme terrestre est, sans contredit, l'une des plus utiles et des plus importantes de la physique du globe. Les faits nombreux qui en dépendent, l'action magnétique de la terre dans un grand nombre de phénomènes, et les services rendus par la boussole à la civilisation et au commerce, ont engagé depuis quelques années les physiciens de tous les pays à chercher de concert les causes de cette force cachée dans le sein de la terre, et les lois qui président à l'harmonie des phénomènes qui en dépendent.

101. L'histoire n'a pas conservé le nom de celui qui fit la découverte importante de la direction de l'aiguille aimantée; la déclinaison fut connue dans le treizième siècle, et Robert Normann annonça l'inclinaison en 1576. Enfin c'est en 1722 que Graham découvrit les variations diurnes.

Ces faits, qu'on attribua bientôt à une action magnétique du globe, furent les seuls qui pendant long-temps constituèrent la science du magnétisme terrestre. Mais, au commencement

Digitized by Google

du siècle dernier, les physiciens et les voyageurs éclairés sur la nécessité, et pour la science et pour la navigation, de déterminer avec soin et précision les éléments du problème qui va nous occuper, sillonnant toutes les parties du globe, sont déjà parvenus à des résultats qui permettent d'en espérer la solution.

La distribution du magnétisme dans l'intérieur de la terre dépend de trois éléments qu'il était nécessaire de déterminer pour tous les points de la surface du globe; l'inclinaison, la déclinaison et l'intensité magnétique.

§ 2. *De l'action de la terre sur l'aiguille d'inclinaison. De l'équateur magnétique. Des cercles d'égale inclinaison. Des courbes iso-dynamiques.*

102. En parcourant un même méridien terrestre, l'inclinaison change de signe dans chaque hémisphère, après avoir été nulle en un point situé dans la région équatoriale. La suite de ces points sans inclinaison forme l'*équateur magnétique.*

Par la discussion d'un grand nombre d'observations MM. Biot, Morlet, Hansteen, Duperrey, etc., sont parvenus à tracer cette courbe qui offre les caractères suivants :

103. Elle est irrégulière, inclinée sur l'équateur terrestre, qu'elle coupe seulement en deux points, l'un dans l'océan Atlantique, 1° ouest de l'île Saint-Thomas, l'autre par 175° de longitude orientale vers les îles Gilbert. A partir du second nœud elle traverse le grand océan, et offre une grande régularité jusqu'à l'Amérique méridionale, où elle prend une courbure considérable, et passe ensuite dans l'océan Atlantique, très-près de l'île de l'Ascension, où elle offre de grandes irrégularités, et vient couper sous un très-grand angle l'équateur terrestre.

Si nous suivons sa marche vers l'ouest à partir du premier nœud (îles Gilbert), nous la voyons très-irrégulière dans les îles Carolines, et acquérir sa plus grande courbure en Afrique.

104. La forme de cette courbe nous indique déjà que les

Digitized by Google

continents (Afrique, Amérique) paraissent avoir une grande influence sur l'inclinaison; elle s'écarte en effet très-peu de l'équateur terrestre dans la portion du grand océan où elle ne traverser que quelques îles éparses, et beaucoup au contraire en Amérique et en Afrique, ou lorsque les îles se multiplient sur sa route. Nous ferons en outre remarquer avec soin que la partie la plus irrégulière de la courbe, qui va du nœud situé dans le grand océan vers l'Afrique, traverse une série d'îles qui sont toutes volcaniques (les îles Philippines, Carolines, de la Sonde, paraissent posées sur des centres volcaniques très-actifs), et qu'en approchant de l'autre côté vers l'Amérique, elle vient rencontrer les volcans de Quito et du reste de cette contrée.

105. Il résulte de ces observations que les centres ou séries volcaniques pourraient bien avoir quelque action sur l'aiguille aimantée.

Ces faits, déjà signalés depuis long-temps par les navigateurs, ont paru à M. Morlet devoir être repris en considération dans ses recherches sur le magnétisme du globe.

106. Après avoir déterminé un grand nombre d'inclinaisons, on chercha à les lier par quelques formules empiriques à la latitude magnétique du lieu d'observation. Biot découvrit, par la comparaison, des résultats nombreux obtenus par Humboldt, qu'on représentait assez bien les phénomènes en prenant *la tangente d'inclinaison double de la tangente de latitude.* Cette loi n'est applicable qu'aux points situés près de l'équateur magnétique, jusqu'à 25° ou 30° de latitude; et principalement encore pour ceux qui appartiennent à la partie la plus régulière de la courbe.

107. Les courbes d'égale inclinaison sont en général très-irrégulières, et paraissent fortement influencées par les causes dont nous avons signalé l'action dans le numéro précédent. M. Biot a trouvé que dans le grand océan les courbes d'égale inclinaison étaient à très-peu près parallèles à la partie régulière de l'équateur magnétique.

108. Les calculs ayant pour but de déterminer la forme de

Digitized by Google

l'équateur magnétique ont conduit M. Morlet à le regarder comme l'intersection de la sphère terrestre, et d'une surface du 3ᵉ degré, et à considérer le magnétisme terrestre comme ne pouvant être représenté par des *forces émanant de centres fixes.*

109. Outre les lignes précédentes le globe est sillonné par des lignes sans déclinaison, et des courbes d'égale déclinaison. Les premières, qui constituent des espèces de méridiens magnétiques, n'offrent aucune régularité, et les grandes chaînes volcaniques paraissent leur faire éprouver de profondes altérations. Les séries de volcans formées par les îles Aleutiennes, le Japon, les Kurilles, le Kamtchatka, ont une puissante action sur l'aiguille aimantée.

110. L'intensité magnétique du globe est l'élément le moins connu, quoique cependant on soit parvenu à tracer des lignes isodynamiques, sur lesquelles nous ferons les mêmes remarques que sur les précédentes. Humboldt et Hansteen, à qui l'on doit des travaux nombreux sur cet important sujet, ont annoncé que ces lignes ne suivaient pas les lignes d'égale inclinaison qu'elles coupaient souvent sous de très-grands angles.

111. Le premier de ces physiciens a signalé l'accroissement d'intensité en allant de l'équateur au pôle, et Barlow a trouvé pour le représenter les formules $\frac{1}{\sqrt{4-3\sin^2 i}}$, $\frac{1}{\sqrt{3+\sec^2 i}}$ auxquelles l'intensité est proportionnelle.

La première se rapporte à l'aiguille d'inclinaison, la seconde à celle de déclinaison, i est l'angle d'inclinaison.

La première formule nous fait voir que le rapport du maximum de l'intensité magnétique au minimum sur la surface du globe doit être 2. M. Humbolt le regarde comme plus grand que 2, 6. Néanmoins le résultat donné par M. Barlow est aussi exact qu'on puisse l'espérer d'une formule empirique et seulement approximative; enfin, la terre étant aplatie vers les pôles, l'intensité doit être ramenée à la hauteur de l'équateur. Il est possible, en outre, que près de la zone équatoriale on ait observé sur de hautes montagnes, ce qui augmenterait encore le rapport des actions, et

Digitized by Google

rien ne prouve qu'on a suffisamment tenu compte des variations de température des barreaux aimantés.

112. Jusqu'ici on a pensé que l'intensité magnétique qui décroît à mesure qu'on s'élève au-dessus de la surface de la terre, suivait la raison inverse du carré de la distance au centre de la terre.

113. Les courbes que nous venons de signaler ne sont pas fixes sur la surface du globe; l'équateur magnétique paraît, avec les courbes sans déclinaison, avoir un mouvement de l'est à l'ouest, et la direction de l'aiguille et l'intensité magnétique éprouvent des altérations diverses; les unes, qui ne se font sentir qu'après plusieurs années, sont durables; les autres paraissent simplement périodiques, et se divisent en variations annuelles et horaires. Les aiguilles de déclinaison et d'inclinaison oscillent chaque heure, chaque année, autour d'une position d'équilibre qui est leur direction moyenne, et ces perturbations paraissent liées à la marche du soleil.

114. Des mouvements énergiques et de peu *de durée* viennent souvent affecter les aiguilles de variation; ils paraissent dus, d'après M. Arago, à l'action des aurores boréales. On a pensé cependant, et ce fait serait de la plus haute importance pour la science, que les tremblements de terre et les éruptions volcaniques avaient de l'influence sur les barreaux magnétiques.

Nous manquons malheureusement ici d'un assez grand nombre de faits, et récemment M. Gauss a cru pouvoir conclure d'observations faite dans le même temps (1er avril 1831), et pendant une éruption du Vésuve, à Copenhague, Léipsick, Altona, Gœttingue et Rome, que l'aiguille aimantée n'éprouvait aucune variation de la part des éruptions volcaniques. Il trouva en effet que la plus petite variation avait lieu à Rome, ce qui, en passant, semblerait indiquer que l'action volcanique est seulement locale.

115. Les faits précédents montrent déjà que le magnétisme terrestre n'est pas le résultat d'une action unique et permanente, et qu'on doit considérer cette force comme la résultante

Digitized by Google

de plusieurs forces distinctes, l'une générale éprouvant à la longue des altérations plus ou moins profondes, c'est le magnétisme terrestre proprement dit, et une autre variable, périodique. Voilà pour un même endroit; mais, en changeant de lieu, nous rencontrons des actions locales plus ou moins énergiques, qui, variables dans leurs directions et leurs intensités, peuvent déterminer des changements plus ou moins profonds dans les éléments du magnétisme des différentes contrées. A ces forces, enfin, nous ajouterons les causes de perturbations accidentelles.

§ 3. *Action de la terre sur les courants.*

116. L'action de la terre sur les courants, découverte par Ampère, a fourni à l'observation les résultats suivants :

1°. Un courant vertical mobile, autour d'un axe vertical, se dirige, sous l'influence de la terre, à l'est s'il est descendant, et à l'ouest s'il est ascendant.

Ex. de Delarive.

2°. Un conducteur plan, mobile autour d'un axe horizontal perpendiculaire au méridien magnétique, se dirige perpendiculairement à l'aiguille d'inclinaison. (*Ampère.*)

3°. Un courant horizontal librement suspendu se transporte parallèlement à lui-même sous l'action de la terre, et il en est de même d'un courant vertical. (*Faraday.*)

4°. Une courbe plane, et fermée mobile autour d'un axe vertical, se dirige toujours dans un plan perpendiculaire au méridien magnétique. (*Ampère, Delarive.*)

5°. Un courant horizontal mobile à une de ses extrémités sur un pivot vertical tourne toujours dans le même sens par l'action de la terre. Le mouvement de rotation a lieu de l'est à l'ouest par le midi, si le courant va de la circonférence au centre, et de l'ouest à l'est par le midi, s'il va du centre à la circonférence.

Digitized by Google

CHAPITRE V.

THÉORIE DU MAGNÉTISME TERRESTRE.

§ 1. *Théorie électrique du magnétisme terrestre.*

117. Pour expliquer tous les faits anciennement connus du magnétisme, et ceux qu'il venait de découvrir, Ampère admit dans le sein de la terre un courant électrique fermé allant de l'est à l'ouest.

Les formules (48) qui représentent l'action exercée par un courant fermé sur un élément de courant, ou le pôle d'un solénoïde, seront donc l'expression de la force exercée par le globe dans les phénomènes précédents, et elle dépendra seulement des intégrales A, B, C (38).

118. En comparant en effet les expériences précédentes, avec les résultats obtenus dans les numéros (44 et suiv.), nous trouvons l'accord le plus parfait et nous arrivons à ces conséquences remarquables :

« L'action que le globe exerce sur une aiguille aimantée » n'est pas dirigée vers un centre fixe ; elle est appliquée au » pôle de l'aimant et change de direction avec la position de » ce dernier. Le méridien magnétique d'un lieu sera le plan » mené par la directrice et la verticale du lieu, l'inclinaison, » l'angle de la directrice avec l'horizon.

» La déclinaison, l'inclinaison et l'intensité dépendront en » chaque lieu des valeurs des intégrales A, B, C (38) qui ren- » ferment tout le problème du magnétisme terrestre. Pour le » résoudre il faudra déterminer la surface qui, substituée dans » ces valeurs, donnera des résultats conformes à l'observation, » et dont la courbe limite sera le courant terrestre. »

119. Nous allons examiner le cas particulier d'un courant fermé plan et très-petit que nous avons étudié (45). Cette action doit assez bien représenter celle du globe vers l'équateur magnétique, car les rayons menés dans ce cas du pôle de l'aimant aux différents points de la surface magnétique (118),

Digitized by Google

peuvent être regardés comme égaux et parallèles, faisant un angle constant avec les perpendiculaires abaissées de ce pôle sur les plans tangents en chaque point de la surface.

Nous avons trouvé dans ce cas (48)

$$\text{tang } I = 2 \text{ tang } \lambda \quad (1)$$

$$F \text{ inclin} = \frac{K}{r^3}\sqrt{3\cos^2\lambda + 1} = \frac{K}{r^3} \times \sqrt{4 - 3\sin^2 I}$$

$$F \text{ déclin} = \frac{K}{r^3} \times \frac{1}{\sqrt{3 + \sec^2 I}}$$

I est l'angle d'inclinaison, λ la latitude.

Ces lois étant celles que Biot et Barlow ont déduites d'observations nombreuses, il est impossible de trouver plus d'accord entre la théorie et l'expérience. Nous pouvons donc conclure de ces formules, avec quelque apparence de certitude, que *l'intensité du globe décroît comme le cube de la distance*, et non comme le carré, ainsi qu'on l'avait supposé jusqu'ici. Espérons que des observations faites à *l'équateur*, et à diverses hauteurs, vérifieront ce dernier résultat de la théorie d'Ampère.

120. Les courbes iso-dynamiques dépendant de la hauteur des lieux d'observation, doivent même, dans le cas particulier précédent, offrir des irrégularités et ne pas se confondre avec les courbes d'égale inclinaison.

121. Les lois générales que nous venons de donner (119) n'étant pas d'accord avec les observations faites en différents point du globe, il nous paraît nécessaire, pour expliquer tous les faits relatifs au magnétisme terrestre, de supposer : 1° un courant de forme irrégulière agissant sur le pôle d'un aimant à une distance telle qu'on ne peut la considérer la même pour tous ses points; 2° des courants locaux; 3° des courants périodiques dans leur intensité; 4° enfin des variations permanentes ou accidentelles dans ces courants qui formeront un système dont l'action dépendra toujours des formules générales précédentes (38).

122. Les valeurs des intégrales A, B, C, pouvant bien de-

Digitized by Google

venir les mêmes pour différents points, on conçoit la possibilité de trouver sur la surface du globe plusieurs points où l'aiguille d'inclinaison serait verticale, et qui ne seraient pas pour cela les *pôles magnétiques de la terre.*

123. Le problème du magnétisme terrestre a été depuis long-temps nettement posé par Ampère, et sa solution serait certainement plus avancée si l'on avait médité davantage les idées de ce vaste génie, qui s'exprimait ainsi il y a quinze ans : « Une des principales conséquences de la théorie fondée sur » l'identité du magnétisme et de l'électricité, est que l'action » directrice du globe n'émane pas des régions polaires, ni du » centre du globe, comme on l'a supposé successivement, et » qu'elle provient surtout de la zone équatoriale où la chaleur » et la lumière agissent avec le plus d'intensité. Je pense que » cette détermination des régions de la terre où réside la cause » de l'action directrice, intéressera les physiciens qui cher- » chent à représenter, par des formules générales, les valeurs » des déclinaisons et des inclinaisons de l'aiguille aimantée » depuis les pôles jusqu'à l'équateur.

» Ainsi, tandis que d'après les expériences de M. Arago » l'électrophore et la bouteille de Leyde pourront désormais » servir aux navigateurs comme moyen infaillible de réaimanter » à saturation les aiguilles de leurs boussoles, lorsque le temps » ou d'autres circonstances les auront affaiblies, *j'aurai peut-* » *être contribué par mes recherches au perfectionnement des for-* » *mules magnétiques* destinées à rendre plus sûr, et à étendre, » par de nouvelles applications, l'usage d'un instrument sans » lequel la plus grande partie de la terre nous serait encore » inconnue. » (*Notice lue à la séance publique de l'Académie des Sciences le* 2 *avril* 1821.)

§ 2. *Théorie du magnétisme dans l'hypothèse des deux fluides.*

124. On a successivement proposé diverses hypothèses pour expliquer l'action magnétique du globe. M. Biot avait admis deux pôles infiniment rapprochés du centre de la terre, et il

Digitized by Google

attribuait les actions locales à des aimants d'une faible intensité placés dans le sein de la terre. Cette hypothèse, que M. Morlet vient de rejeter, est incompatible avec l'action de la terre sur les courants. Quelles que soient en effet les idées qu'on puisse avoir sur la nature de la force exercée par des aimants sur des courants, comme elle sera toujours perpendiculaire au secteur formé par l'élément et le pôle de l'aimant, et passera par le courant, il est évidemment impossible d'expliquer, avec l'hypothèse précédente, les mouvements de rotation continue non plus que les faits électro-magnétiques exposés précédemment, puisque alors les actions de deux pôles très-rapprochés produiraient deux forces égales et directement opposées. Cette manière de concevoir le magnétisme terrestre étant inadmissible, voyons d'abord les causes que pourraient lui attribuer les partisans des deux fluides.

125. Comme on ne peut supposer un globe aimanté par l'influence d'une force directrice constante, puisque alors la terre changeant constamment de position, la distribution du magnétisme devrait être variable, et par conséquent aussi la force directrice; il faut placer au centre de la terre une sphère douée d'un magnétisme permanent, et qui aurait été ou primitivement ou instantanément aimantée par cette force constante conformément aux calculs de M. Poisson.

2°. On peut substituer à une masse magnétique une simple surface magnétique semblable à celle que nous supposons circonscrite par le courant.

3°. Enfin, en imaginant au centre du globe un élément magnétique d'une grande intensité, et distribuant à sa surface des éléments d'une intensité moindre, on obtiendrait les mêmes résultats qu'avec un courant fermé très-petit, et les formules, au moyen desquelles M. Poisson a depuis long-temps représenté l'action exercée par un élément sur une molécule magnétique, renfermeraient les lois du magnétisme terrestre.

126. Cette dernière hypothèse, qui mérite d'être prise en considération, nous paraît offrir peu de probabilités et aucun avantage sur celle d'Ampère; elle est en effet difficile à con-

Digitized by Google

cilier avec l'action des aurores boréales sur les aiguilles aimantées, et les éléments magnétiques, renfermés dans le sein de la terre, doivent posséder une certaine force coercitive et présenter les circonstances suivantes : ou ils n'ont qu'une partie du magnétisme dont ils sont susceptibles, et alors l'action des aurores boréales devrait être durable, ou ils sont aimantés à saturation, alors l'intensité de leur action ne devrait éprouver aucune altération.

L'expérience ayant démontré qu'aucun de ces deux cas n'a lieu, l'existence d'un magnétisme permanent ne saurait conduire à l'explication du phénomène.

127. « Nous trouvons dans la théorie précédente l'avantage » de faire dépendre d'un fait simple, et de représenter, par » une force unique toujours dirigée suivant la ligne droite qui » joint les deux points entre lesquels elle s'exerce, non-seule- » ment tous les faits anciennement connus du magnétisme, » mais encore toutes les circonstances de l'action d'un con- » ducteur voltaïque sur un aimant, découverte par Œrsted, » et celle qu'Ampère a reconnue entre deux conducteurs.

SECTION IV.

CONSIDÉRATIONS SUR LA NATURE DE L'ÉLECTRICITÉ ET DE SES CAUSES.

CHAPITRE I.

DE L'ORIGINE ET DE LA NATURE DE L'ÉLECTRICITÉ A L'ÉTAT DE REPOS ET DE MOUVEMENT.

§ 1.

128. « La matière dont je voudrais à présent entretenir » votre altesse me fait presque peur, et le dénombrement des » faits sert plutôt à nous éblouir qu'à nous éclairer. » (*Lettre* 158 *d'Euler à une princesse d'Allemagne.*)

Digitized by Google

Combien il est pénible pour le physicien de voir que, malgré tant d'années, ces paroles d'Euler n'ont pas vieilli, et que les faits nombreux dont s'est enrichie la science de l'électricité n'ont fait qu'augmenter cet état d'admiration et d'éblouissement dont parle cet homme de génie, sans nous éclairer davantage sur l'origine d'un des agents les plus actifs et les plus puissants de la nature. Au milieu du dédale de faits où la nature se plaît à l'enfoncer chaque jour davantage, l'électricien n'est-t-il pas excusable d'essayer différentes voies pour en sortir jusqu'au moment où, arrêté dans sa fausse route, il revient sur lui-même pour en tenter de nouvelles? Doit-on rejeter sans examen les hypothèses qu'il présente comme un but d'efforts et de travail? Nous ne le pensons pas, et nous avons cru qu'on ne pourrait nous accuser de témérité lorsque, détruisant les opinions contraires aux faits, nous proposerions celles qui paraissent, sinon les expliquer, du moins les faire envisager sous un jour plus conforme à la vérité.

129. On peut ramener à sept les procédés employés pour développer l'électricité dans les corps :

1° La chaleur;

2° Les attractions moléculaires { chimiques; physiques;

3° Pression;

4° Clivage;

5° Frottement;

6° Contact;

7° L'induction.

Si nous réunissons dans la deuxième cause les troisième, quatrième, cinquième et sixième, on voit qu'on réduira à trois cas bien distincts les sources d'électricité *connues*; et qu'on peut avec quelque raison admettre avec M. Becquerel : « Que l'équilibre du principe électrique est troublé dans les corps toutes les fois que leurs parties constituantes éprouvent un changement quelconque, soit dans leur position naturelle d'équilibre, soit dans leur combinaison. »

130. Dufay imagina, pour expliquer les phénomènes d'élec-

Digitized by Google

tricité statique, deux fluides dont chacun se repousse et attire l'autre, et qui, combinés en quantité égale, produisent le fluide neutre ou naturel. On est obligé d'admettre, comme conséquence de cette hypothèse, que l'électricité dynamique est le résultat de compositions et décompositions successives dans les molécules des corps conducteurs. En soumettant au calcul les idées de Dufay, M. Poisson est parvenu à expliquer tous les faits relatifs à la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs isolés. Pour compléter cette théorie des deux fluides et lui donner de la force, il serait utile de rechercher si les attractions des courants peuvent se concilier avec ces compositions et décompositions alternatives du fluide neutre, et qui, s'opérant dans l'intérieur des fils conducteurs, devraient donner lieu à des forces qui dépendent *de la durée des périodes extrêmement courtes comprises entre deux réunions ou deux séparations consécutives; ensuite des directions suivant lesquelles s'opèrent ces compositions et décompositions alternatives du fluide neutre.* (Ampère, *Théorie des phénomènes électro-dynamiques*, p. 199.)

M. Liouville avait cherché à combler cette lacune, et il pense, d'après des calculs que d'autres travaux ne lui ont pas permis de continuer, que les actions des courants sont inexplicables dans cette hypothèse. Il serait utile de reprendre ces recherches, et c'est ce que j'essaierai de faire plus tard.

131. Franklin proposa, pour expliquer les phénomènes électriques, l'existence d'un seul fluide sur la nature duquel il ne s'explique pas, mais qu'un grand nombre de physiciens croient identique avec celui qui produit la chaleur et la lumière. Les attractions ou répulsions des corps électrisés dépendraient des variations que ce fluide éprouve dans sa densité et son élasticité. Les courants dans cette théorie seraient le résultat de mouvements imprimés à ce fluide. Quelques personnes pensent que ces mouvements sont vibratoires; d'autres les regardent comme analogues à un écoulement continu du fluide électrique. Cette théorie très-simple paraît moins souple que la première dans les applications, et aucun géomètre n'a

Digitized by Google

cherché à en tirer quelques déductions mathématiques qu'on pût soumettre à l'expérience.

Simple expression de quelques faits et imaginée pour eux, la première hypothèse n'a pas fait avancer la science, et perd chaque jour de son importance. Il n'en est pas de même de la seconde, dont le champ nous paraît plus vaste et l'avenir plus brillant. Rajeunie par les travaux et les expériences des physiciens actuels, elle attend les efforts des géomètres. Privé de données suffisantes pour ramener à des actions plus simples celles qui s'exercent entre des éléments de courants, je me contenterai d'exposer ici les idées émises par un électricien distingués sur la nature de l'électricité et des courants.

132. M. Pelletier pense que :

1°. Quelle que soit la cause qui préside à l'attraction moléculaire, la cohésion ou l'adhésion est l'équilibre d'une résultante de forces actuellement agissantes et durables.

2°. Les corps produits par ces forces peuvent être pénétrés par des mouvements éthérés étrangers à leur constitution actuelle.

3°. Lorsqu'un équilibre est rompu par l'intromission d'une nouvelle puissance quelle qu'elle soit, il se forme un équilibre nouveau dans lequel entre comme constituante cette nouvelle puissance.

4°. Passer d'un équilibre à un autre équilibre c'est exécuter un mouvement qui n'existait pas avant le changement d'état, et qui n'existe plus lorsque ce changement est accompli. Ce mouvement n'appartient ni à l'état ancien ni à l'état nouveau, c'est un mouvement de transition qui naît, se propage et s'éteint dans un mouvement indivisible. C'est de ce mouvement transitoire que ressortent des phénomènes électriques.

5°. Dans tout mouvement de fluide il y a deux états distincts : le mouvement pris abstractivement et l'inégal partage de la substance exécutant le mouvement. *Il y a donc par suite de ce mouvement de transition condensation en avant de la projection, dilatation en arrière.*

Digitized by Google

6°. L'équilibre ne peut être rétabli que de deux manières, ou par une *réaction en retour*, ou par la propagation dans un circuit fermé de cette onde qui vient placer dans la portion dilatée la quantité qui en avait été projetée; le premier rétablissement d'équilibre ne se manifestant pas au dehors n'a pu faire partie des observations. Le second, modifiant les corps que traverse la propagation de l'onde, est seul observable.

7°. Le produit de tout mouvement sera donc double :

Celui résultant du mouvement,

Celui résultant de l'inégal partage de la substance.

8°. Les effets de ce mouvement de transition propagés dans l'éther intersticiel sont les phénomènes d'électricité dynamique. Elle ne peut ni se coercer ni se conserver. Sa manifestation ne dure que l'instant indivisible de sa production.

9°. Les effets de l'inégal partage de la substance éthérée en dehors du mouvement sont les phénomènes d'électricité statique. Cette électricité se recueille, se coerce et se conserve. Sa manifestation n'est point instantanée à la production, mais immédiate. Les substances ont des capacités différentes à la recueillir et à la partager.

10°. L'électricité dynamique n'existant que dans l'instant indivisible de sa création, il faut, pour avoir des causes électriques constantes, entretenir des causes perturbatrices constantes. Aussitôt qu'il y a équilibre, quelles que soient les forces permanentes ou transitoires qui y concourent, il n'y a plus de phénomènes électriques : c'est pourquoi l'induction électrique ne produit qu'un courant instantané. L'élévation de température en produit jusqu'à ce qu'il y ait égalité, et la combinaison chimique jusqu'à l'épuisement de la dernière réaction.

11°. Les phénomènes d'électricité statique ne se manifestent qu'au moyen d'instruments qui recueillent et conservent l'inégalité de la substance. L'inégalité infère deux états : l'un en plus, l'autre en moins; la tendance à s'équilibrer avec les corps produit les apparences d'attraction et de répulsion. *Le*

Digitized by Google

mouvement de cette substance au moment de l'équilibration reproduit tous les phénomènes dynamiques.

12°. Dans l'intérieur des corps, les réactions moléculaires étant égales en tous sens, toute addition ou soustraction de la matière éthérée n'a qu'un effet insensible. Il n'en est pas de même pour les molécules extrêmes, dont les molécules éthérées n'ont que des réactions incomplètes et diffuses, provenant des corps ambiants. Plus les sphères éthérées de ces molécules extrêmes auront de grandes portions libres, plus les portions seront soumises à l'état anomal d'additions ou de soustractions éthérées : c'est pourquoi les pointes et les arêtes contiennent plus d'électricité statique que les surfaces planes et concaves.

13°. Lorsque l'attraction moléculaire est détruite par la permanence et l'énergie du courant électrique, si le corps est simple, les molécules restent libres à leur place ; il y a simple fusion. Si le corps est composé et que les parties aient des capacités différentes pour la matière éthérée, chacune de ces parties attirantes ou attirées est entraînée vers le pôle contraire, où elle s'équilibre.

14. L'état contraire de l'hydrogène produit des effets analogues et un transport en sens contraire.

133. Cette théorie, à laquelle on peut reprocher un peu d'obscurité, présente à celui qui l'étudie des vues très-élevées, et je ne crois pas qu'on puisse, avec l'expérience seule et sans le secours du calcul, arriver à la solution des problèmes qu'elle renferme. En attendant qu'on ramène à de simples mouvements moléculaires toutes les lois électriques, j'ai cherché à comprendre les idées de M. Peltier et à les rendre moins abstraites, et j'ai cru, en m'y conformant, qu'on pourrait représenter de la manière suivante la production de l'électricité dans les corps.

§ 2. *Production d'électricité par la destruction de l'équilibre moléculaire dans les corps.*

134. Soient a, a', a'', etc. (fig. 28) les molécules d'un

Digitized by Google

corps solide homogène, et supposons que par une cause quelconque, a'' soit violemment poussée vers a''', elle condensera l'éther compris entre ces deux molécules, et cette condensation se propagera de proche en proche ; il se formera une série de lamelles qui, successivement condensées, retomberont à l'état naturel après avoir communiqué leurs condensations aux lamelles suivantes, et la dernière molécule restera seule chargée d'éther condensé, à moins que la conductibilité de la substance ne permette une réaction en retour. L'éther au contraire se dilatera entre a'' et a''', et cette dilatation se propagera vers a de la même manière que la condensation, et a se retrouvera chargée d'électricité négative.

Si le circuit est fermé on aura alors deux courants allant dans le même sens, l'un par impulsion, l'autre par aspiration, qui agissant simultanément formeront le courant électrique.

Expériences de M. Peltier sur les courants produits par le frottement des fils métalliques.

C'est là, je pense, l'explication qu'on peut donner des 5° et 6° de la théorie exposée dans le n° 132.

135. On est tenté alors d'admettre trois mouvements distincts dans le fluide éthéré :

L'un serait un mouvement oscillatoire sans changement de densité, et perpendiculaire à la direction de la propagation du mouvement. C'est lui qui produirait les phénomènes lumineux ; les faits que nous offre la chaleur rayonnante auraient pour cause un mouvement oscillatoire avec changement de densité et parallèle ou incliné à la direction du mouvement de propagation. L'électricité dynamique serait due à un mouvement de translation avec changement de densité, mais il n'y aurait pas vibration. Enfin, pour concevoir la transformation de ces mouvements les uns dans les autres, on est conduit à admettre que les atomes même des corps, comme l'a publié Ampère, en vibrant produisent les phénomènes de chaleur sensibles et

Digitized by Google

lumineux, et que ces vibrations pouvant se communiquer à l'éther qui les environne, se propageraient produisant la chaleur, la lumière et l'électricité.

§ 3. *Phénomènes thermo-électriques. Electricité par clivage, frottement, actions moléculaires.*

136. Si l'on élève la température de l'extrémité d'un fil métallique, chaque particule échauffée rayonne vers celles qui l'avoisinent et dont la température est moindre, et ce rayonnement particulaire suit la loi de Newton. Mais, d'après les idées d'Ampère, ce rayonnement équivaut à un mouvement vibratoire imprimée à l'éther, et que ce dernier communique aux molécules suivantes. Or, ce mouvement vibratoire doit imprimer aux molécules un mouvement de translation d'où résulte la dilatation du corps et une compression dans l'éther, laquelle se propageant dans le fil produira l'électricité. On conçoit facilement que cette compression sera plus forte dans le sens où le mouvement vibratoire sera plus intense, c'est-à-dire que le courant devra marcher de la partie chaude vers la partie froide. Il faut admettre aussi que quand la température de l'extrémité du fil sera constante, il y aura une espèce d'équilibre mobile, et que les molécules tendant à revenir à leurs positions d'équilibre en seront écartées par le flux de chaleur, et qu'il se produira ainsi une suite non interrompue de compression dans l'éther.

Si dans un circuit fermé et formé d'un seul fil on rend inégal le rayonnement moléculaire, en faisant un nœud ou une spirale à côté du point échauffé, de manière qu'en observant plus de chaleur de ce côté que de l'autre on obtienne constamment une différence de température plus grande, le courant devra marcher du point échauffé vers le nœud.

En prenant deux métaux différents, le sens du courant est déterminé par le rapport de leurs pouvoirs rayonnants particulaires, et le métal positif est celui dont le pouvoir rayonnant est le plus grand.

Digitized by Google

137. Les belles recherches de M. Becquerel sur l'électricité produite par la chaleur dans les corps mauvais conducteurs, en nous faisant connaître les particularités du phénomène, ne permettent pas d'apprécier l'état électrique de ces substances, qui paraît cependant lié à un accroissement ou une diminution de chaleur, d'où dépend une altération dans l'équilibre du fluide électrique.

138. L'électricité développée par le clivage, le frottement, etc., s'expliquerait en admettant une inégale répartition du fluide électrique entre les corps mis en expérience.

139. Si un corps solide agit physiquement sur un liquide ou un gaz, de manière à le condenser à sa surface, il peut y avoir dans ce cas développement d'électricité de tension si l'action est instantanée, et production d'un courant si plusieurs actions identiques se succèdent rapidement. Il paraît qu'on peut ramener à ce cas plusieurs effets qu'on attribue encore au contact.

§ 4. *Phénomènes électro-chimiques. Développement de la chaleur par les courants. Décompositions électro-chimiques.*

140. Représentons (fig. 29) par a, a', a'', etc. ; b, b', b'', etc., les molécules de deux corps ayant l'un pour l'autre beaucoup d'affinité. Au moment de l'affinité chimique a''' se portera vers b, et réciproquement b vers a'''; l'attraction sera égale, et les vitesses réciproquement proportionnelles aux masses. Supposons que a possède une masse plus grande que b, le mouvement de b vers a''' devra déterminer une condensation de fluide éthéré plus grande que a'''. On aura alors une onde condensée de b vers a''' et dilatée de b' vers b; il en sera de même de a''' vers b et de a'' vers a'''. Le courant sera égal à la différence de ces actions, de même que les condensations définitives qui pourront alors donner lieu à de l'électricité négative en b''', et positive en a ou à un mouvement allant de b vers a'''. Cette tention électrique sera toujours très-faible, et on ne pourra la recueillir qu'au moyen d'appareils capables de

Digitized by Google

la prendre à chaque période du mouvement. La direction de la propagation de ce mouvement est celle où il rencontrera la moindre résistance, de sorte que beaucoup de ces pulsations pourront coexister sans suivre la même route dans l'intérieur des corps. Il est difficile de confondre les actions physiologiques des piles avec celles d'un courant provenant d'une bouteille de Leyde, les premiers augmentant beaucoup d'intensité avec les surfaces de contact, ce qui n'a pas lieu pour les seconds.

Il est facile de voir que la décomposition chimique doit donner naissance à des effets inverses. La cohésion agissant avec l'affinité peut, dans certains cas, modifier les résultats. Il résulte de ce qui précède qu'un courant doit être considéré comme une série d'impulsions successives, et que son intensité dépendra de la grandeur de l'affinité, du rapport des masses des molécules en contact, et du nombre d'actions simultanées dont les effets s'ajouteront. Ces résultats sont conformes aux expériences de MM. Pouillet et Faraday.

141. Quand un courant traverse un corps mauvais conducteur, le mouvement de l'éther, empêché dans sa marche, se communique peu à peu aux molécules qui, par leur tendance à revenir dans leur position d'équilibre, acquièrent un mouvement oscillatoire auquel on doit attribuer la chaleur et la lumière qui se développent alors. Il peut arriver que, dans certains corps, ce mouvement électrique contrarie les vibrations atomiques. Il y aura alors abaissement de température comme l'a observé M. Pelletier.

142. Les décompositions arrivent comme conséquences des idées précédentes, et peuvent facilement se déduire d'un mouvement du fluide éthéré. Concevons un corps dont les molécules composées seront ab, $a'b'$, a'', b'', etc. (fig. 30). Rencontrée par le courant, chaque molécule tendra à se mouvoir avec une vitesse réciproquement proportionnelle à sa masse, d'où résultera un mouvement relatif dont la force, devenue capable de vaincre l'affinité, enlèvera b à la molécule si b a une masse plus petite que a, qui alors se dégagera; il en sera de même pour

Digitized by Google

toutes les autres molécules, de sorte qu'à l'autre extrémité b''' s'échappera, et l'état moléculaire offrira l'aspect de la fig. 31; les molécules intermédiaires du corps B rencontreront des molécules intermédiaires du corps A, avec lesquelles elles se combineront momentanément pour les abandonner à l'impulsion suivante :

143. Dans un circuit fermé, dans lequel on aura placé plusieurs corps électrolisables, il pourra arriver que pour une intensité donnée du courant, la plupart des corps ne seront pas décomposés, ce qui est conforme aux expériences.

144. Dans un même circuit, la quantité de chaque corps décomposé étant proportionnelle au nombre de pulsations, les masses isolées devront être dans le rapport des poids atomiques, et si l'on pouvait recueillir toutes les pulsations elles seraient aussi proportionnelles aux quantités des corps combinés, ce que Faraday a conclu de ses expériences.

145. Il est impossible de démontrer ces faits sans admettre, comme l'a fait Berzélius, que chaque courant, chaque impulsion, prend dans les corps une direction déterminée qui doit être celles de moindre résistance, et que chaque onde agit isolément, de sorte que l'action totale est égale à la somme des actions produites par chaque combinaison moléculaire.

CHAPITRE II.

DES ACTIONS RÉCIPROQUES DES COURANTS ET DU MAGNÉTISME.

§ 1. *De l'action des courants.*

146. Après ses belles découvertes sur les phénomènes électro-dynamiques, Ampère s'exprimait ainsi sur les causes des actions réciproques des courants : « Il paraît naturel de » penser que le courant d'un fil conducteur fait en partie par» tager son mouvement au fluide neutre environnant, et frotte » contre lui de manière à donner naissance à une réaction de » ce fluide sur le courant qui ne peut tendre à déplacer celui-

Digitized by Google

» ci, tant que la différence de vitesse est la même de tous les » côtés du courant électrique, mais qui doit tendre à se mou- » voir, soit du côté où cette différence de vitesse, et par con- » séquent la réaction est moindre, c'est-à-dire du côté où un » autre courant pousse le fluide de l'espace dans le même » sens, soit du côté opposé où elle est plus grande, parce qu'il » s'y trouve un autre courant électrique tendant à pousser le » fluide électrique en sens contraire, suivant que les deux cou- » rants qui agissaient ainsi l'un sur l'autre sont dirigés dans le » même sens ou auraient des directions opposées. Ces consi- » dérations conduisent à admettre l'attraction entre les cou- » rants qui vont dans le même sens, et la répulsion, entre ceux » qui vont en sens contraire, conformément aux résultats de » l'expérience. »

D'après Ampère, les courants électriques auraient de l'analogie avec un mouvement de fluide gazeux, et les phénomènes précédents avec les expériences de Venturi sur l'écoulement des liquides, et je pense aussi, malgré les observations de M. Savary, et celles plus récentes de M. Delarive, que ce mouvement n'est pas oscillatoire dans les fils conducteurs.

§ 2. *Des aimants.*

147. La théorie du magnétisme que j'ai exposée, n° 56 et suivants, me paraît complète, et je me permettrai seulement ici de la faire rentrer dans les idées adoptées par Ampère sur les causes des attractions des courants. On a cru long-temps, et peut-être est-ce là le motif qui a retardé l'adoption de ses idées, que l'illustre auteur de la *Théorie électro-dynamique* admettait nécessairement un mouvement *perpétuel* de fluide électrique autour des particules des aimants, mais il me semble qu'on peut déduire, de ce qui précède (146), qu'il considérait dans les aimants la matière électrique dans un état statique analogue à celui que fait naître autour de lui un courant circulaire fermé, de telle manière que si les courants étaient tout-à-coup anéantis dans un solénoïde, sans que l'état de

Digitized by Google

l'électricité environnante vînt à changer, on aurait un véritable aimant. Bien que nous ayons attribué à des courants des effets qu'ils ne produisent pas immédiatement, les résultats que nous avons obtenus n'en représenteront pas moins la loi des actions magnétiques, quelle qu'en soit l'origine réelle. Ce qu'il y a de plus obscur dans le magnétisme est la cause qui permet aux aimants de conserver le magnétisme qu'on leur a imprimé. Nous n'avons que fort peu d'expériences sur ce sujet depuis long-temps stationnaire; il paraîtrait, d'après les belles recherches de Nobili, que la variation de densité occasionée par la trempe serait une des causes les plus influentes de la force coercitive.

§ 3. *Du magnétisme terrestre.*

148. J'ai réduit à quatre les causes qui paraissent produire le magnétisme du globe, et j'ai dit (124, 125) que les variations séculaires de l'élément magnétique, ainsi que ses rapports avec les aurores polaires, ne permettaient pas de l'attribuer à un magnétisme permanent analogue à celui que nous offrent des aimants ordinaires. Admettant donc ici que les courants électriques sont l'unique cause des actions exercées par la terre sur l'aiguille aimantée, il me reste à examiner leur nature probable et leur position dans l'intérieur de notre planète.

149. L'accord parfait qui règne entre les faits et la théorie que j'ai exposée précédemment (ch. 5), ainsi que le parallélisme des forces qui agissent sur des barreaux situés à de petites distances, nous portent à croire qu'il faut placer à une grande profondeur les courants qui produisent le magnétisme *fixe* du globe.

150. Quelle est la nature des courants qui, situés à une grande profondeur dans l'intérieur de la terre, produisent le magnétisme? Telle est la dernière question que nous devons examiner; son importance a depuis long-temps fixé l'attention des physiciens.

Digitized by Google

M. Becquerel nous ayant fait voir, t. I, p. 527, comment il était impossible que les actions chimiques, sans cesse agissantes entre les différentes parties de la matière, produisissent les courants terrestres, il ne nous reste plus à étudier que les courants particulaires admis par ce physicien distingué, et les actions thermo-électriques proposées par Séebeck (*Annalen von Poggendorf*, t. VI, p. 280). Les lois du magnétisme, les propriétés magnétiques des diverses substances, nous autorisent à rejeter l'idée d'un magnétisme propre, inhérent à la matière comme la pesanteur, et quelque ingénieuse que soit la théorie des deux centres magnétiques admise par Moser (1), elle ne l'a pas conduit à des résultats plus généraux que les nôtres; et moins conforme à la vérité, elle nous ferait rentrer dans l'hypothèse d'un noyau central à magnétisme fixe, ce qu'on ne pourrait accorder avec les variations subites et passagères du magnétisme terrestre. Obligé de la rejeter, nous arrivons nécessairement à l'examen des courants thermo-électriques considérés comme cause des propriétés électro-magnétiques de la terre.

151. D'après Séebeck le globe est partagé en circuit métalloïdo-terreux à peu près parallèles à l'équateur magnétique puisant la source de l'électricité qui les sillonne dans les grandes séries volcaniques si bien étudiées, et décrites par Léopold de Buch (2). Des courants secondaires produits par d'autres foyers s'anastomosent avec les premiers, de manière à couvrir la surface du sol d'un réseau électro-dynamique : voilà pour le magnétisme principal. Il attribue ensuite certaines influences locales à des circuits centraux produits par certains volcans intérieurs, que M. de Buch distingue de ces volcans en série, auxquels Séebeck attache la plus grande importance.

152. Ne pouvant admettre, d'après ce qui précède, un

(1) Poggendorfs, *Annales*, t. 34. Lehrbuch der metereologie von Kœmtz, tom. 3.

(2) Description physique des îles Canaries.

Digitized by Google

magnétisme superficiel, nous considérons les courants étudiés par Séebeck comme ayant seulement une influence locale, et nous admettrons la théorie suivante :

153. La terre a un noyau encore fondu; les couches qui l'enveloppent deviennent conductrices par l'effet de leur température élevée, et les courants sont produits par des substances de nature différente, ou différemment échauffées, qui, propageant inégalement la chaleur dans toutes sortes de directions, occasionent un mouvement électrique dont l'action définitive est analogue à celle d'une surface couverte d'un réseau de courants produisant le même effet qu'un courant très-petit, allant de l'est à l'ouest. L'intensité de ces courants, et la forme de cette surface recouverte de petits courants électriques, sont les seuls éléments qu'il faudrait calculer pour arriver aux lois du magnétisme terrestre.

Dans l'hypothèse d'une surface sphérique nous sommes arrivés à des lois approchées données par l'expérience; il sera curieux d'examiner à quel résultat on parviendra en admettant un ellipsoïde électrique. Parmi les faits propres à servir d'appui à cette théorie, nous citerons l'expérience de Barlow, qui, ayant recouvert une sphère de courants électriques, obtînt, en la faisant agir sur une très-petite aiguille aimantée, toutes les lois du magnétisme terrestre; viennent ensuite les recherches de Séebeck, Nobili, et plus récemment de T. Andrew, qui prouvent qu'avec des corps mauvais conducteurs, mais convenablement modifiés, on peut obtenir des courants thermo-électriques puissants.

154. Si le refroidissement du globe est la seule cause du magnétisme terrestre, il doit y avoir corrélation entre les variations de ces deux éléments météorologiques; et les mouvements internes, auxquels paraissent dus certains tremblements de terre, pourront, en modifiant la température de la terre, apporter des changements dans son état magnétique, ainsi qu'on l'a observé plusieurs fois, et notamment à Cumana en 1799.

155. Les grandes lignes volcaniques de Quito, Mexico,

Digitized by Google

Guatimala, les îles Aleutiennes, Kurilles, etc., doivent exercer une grande influence sur la température des lieux qui les avoisinent, et occasioner des courants thermo-électriques, dont l'action constituera un magnétisme local auquel je ne puis m'empêcher d'attribuer ces changements subits et irréguliers qu'éprouvent dans ces contrées les différentes courbes magnétiques, dont quelques perturbations doivent trouver leurs causes dans les éruptions volcaniques, et les changements de température qui en résultent.

156. Quoique les variations horaires et annuelles paraissent suivre les mouvements du soleil, il est impossible de dire maintenant si cet astre agit en produisant par la chaleur qu'il verse sur la terre des courants thermo-électriques, ou si cette chaleur, en changeant la marche du refroidissement, altère aussi celle du magnétisme. L'expérience seule peut nous guider dans cette étude longue et difficile.

157. Nous ne connaissons bien que deux causes capables de produire les variations accidentelles de l'aiguille aimantée, les tremblements de terre et les aurores boréales. J'ai déjà indiqué la première. Quand à la seconde, dont l'action se fait sentir à une grande distance des lieux où elle apparaît, elle agit probablement comme un courant électrique allant des pôles à l'équateur, exerçant une *action inductive* momentanée sur les courants du globe, qu'elle modifie au point de changer leur intensité et la direction de leur résultante.

158. Les idées encore prématurées que je viens d'émettre sur le magnétisme du globe ne sont pas à l'abri d'objections. Je ne les présente que comme un essai, un premier pas dans une route difficile, et afin d'appeler l'attention sur des éléments qu'on n'a pas jusqu'ici convenablement observés.

On peut voir déjà qu'on n'arrivera à des lois utiles qu'en ramenant les observations magnétiques à la même température, à la même hauteur et à la même heure. On devra étudier la marche des aiguilles aimantées près de la surface de la mer, à une grande distance des continents, afin de connaître l'influence de la chaleur solaire, examiner si dans une même

Digitized by Google

journée la couche invariable n'éprouve aucune perturbation dans son état; fixer son attention sur l'influence exercée par la température atmosphérique, enfin rechercher avec soin la loi du décroissement à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère.

CHAPITRE III.

§ 1. *De l'aurore boréale.*

159. Dans les descriptions qu'on a données de ce curieux phénomène, on n'a pas assez distingué les éléments électriques des apparences optiques qui s'y trouvent associées. On doit cependant à M. Hanstéen (*Bibl. univ.*, t. 37) quelques explications sur la forme qu'affecte l'aurore boréale; mais, comme elles ne sont accompagnées d'aucune mesure, elles perdent beaucoup de leur importance.

160. Les belles observations de M. Arago ont confirmé les idées vaguement émises depuis long-temps sur l'origine des aurores polaires, et pour mieux comprendre le rôle que joue l'électricité qui paraît en être la cause, nous examinerons les opinions qui ont le plus de faveur parmi les physiciens.

161. Cavallo, dans son *Traité sur l'Electricité*, ouvrage qui renferme en germe quelques-unes des grandes découvertes qui ont illustré notre siècle, attribue les aurores boréales à l'électricité, parce qu'on a remarqué (1) : « Que leur lumière pouvait être imitée par celle des feux électriques, et que lorsqu'elles étaient fortes elles troublaient l'aiguille aimantée, *ce que l'électricité fait également.* »

Il rapporte aussi que Canton est parvenu (2) « à rassembler une grande quantité de matière électrique pendant la lueur des aurores boréales, et qu'il employait à cet effet une espèce

(1) Page 57.
(2) *Trans. philos.*, t. 59, p. 88.

Digitized by Google

de ligne à pêcher élevée sur le toit de sa maison, et qui avait un fil de métal qui s'enroulait en vis tout autour. » Pour imiter en outre l'aurore boréale, ce physicien indique l'expérience du tube vide rempli par un courant électrique émanant d'une machine ordinaire.

162. L'action des aimants sur les courants voltaïques, qui traversent un espace vide, fit soupçonner qu'un pareil mouvement de fluide électrique, allant des pôles à l'équateur, produisait les aurores boréales, et on avança même que le soleil pourrait bien être le foyer où viendraient se réunir des courants d'une grande intensité.

162. De ces deux hypothèses, la première offre le plus de probabilités. En effet, dans les expériences de Davy, le vide a seulement pour but d'empêcher la combustion du charbon; l'effet serait le même dans les gaz. La lumière a toujours une très-grande intensité et nullement les apparences de la lueur boréale. Il faut, en outre, une pile d'une grande intensité pour que le courant puisse traverser un très-petit espace vide. Lorsqu'au contraire on présente un espace vide à un conducteur chargé même d'une très-petite quantité d'électricité à l'état d'équilibre, on aperçoit aussitôt une lumière phosphorescente qui a la plus grande analogie avec celle des aurores polaires. Une faible dose de fluide peut traverser un très-long tube, mais seulement quand il est vide de matière pondérable. Dans ce cas, il est présumable qu'on obtiendrait des actions sur les aiguilles aimantées; mais, ce qu'il y a de certain, c'est que le tube agit par influence sur tous les corps conformément à l'action que Canton attribue à la lumière des pôles.

Malgré l'insuffisance des termes de comparaison, il y a quelques raisons de penser que le phénomène important des aurores polaires, et leurs actions sur le magnétisme du globe, peuvent s'expliquer de la manière suivante :

163. Les expériences sur l'électricité atmosphérique ont démontré que notre globe est entouré d'une couche de fluide électrique, dont la densité et par conséquent la tension croît avec la hauteur, de telle sorte qu'il est permis de supposer

Digitized by Google

que ce sphéroïde électrique limité à notre atmosphère éprouve, en rayonnant dans les espaces planétaires, une déperdition sans cesse réparée par l'électricité produite à la surface du sol.

On sait aussi que les orages sont très-fréquents à l'équateur, et que M. Boussingault a annoncé qu'il n'y avait pas un point de la zône torride où il n'en éclate un par jour. Aux pôles il n'y en a jamais ou fort rarement, et l'air sec et froid de ces régions est assez mauvais conducteur pour arrêter le mouvement de l'électricité atmosphérique vers le sol.

Admettons maintenant qu'un fort orage, éclatant à l'équateur, trouble tout-à-coup l'équilibre de notre atmosphère électrique, il y aura nécessairement mouvement du fluide électrique des pôles vers les régions équatoriales, et cet écoulement d'électricité ne pourra avoir lieu qu'au travers des couches d'air conductrices, et par conséquent dans celles qui seront le plus raréfiées ou suffisamment humides. Les effets auront alors de l'analogie avec ceux observés dans le tube vide, et les aurores boréales seraient les orages des pôles. La distance de la terre, au point où elles apparaissent, dépendrait de la tension du fluide et de la conductibilité des couches où les courants viendront se perdre, et sera d'autant plus grande, que l'air sera plus sec et plus froid.

164. En agissant par induction sur les courants terrestres, les aurores polaires doivent apporter des changements momentanés dans les éléments du magnétisme du globe, et faire varier en chaque lieu son action sur les aiguilles aimantées.

Leur influence perturbatrice, variable dans ses causes, ne peut donner lieu qu'à des mouvements irréguliers qui doivent se faire sentir sur toute la surface du globe. Ces altérations du magnétisme terrestre seront momentanées et cesseront avec la cause. Il est probable enfin que toutes les aurores boréales n'agissent pas avec une intensité suffisante pour produire les effets que nous venons de signaler.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

DE L'ÉLECTRICITÉ ANIMALE ET EN PARTICULIER DE CELLE DE LA TORPILLE. DE QUELQUES ACTIONS PHYSIOLOGIQUES DES PILES.

§ 1. *De l'électricité de la torpille.*

165. Les belles expériences de M. Matteucci sur la torpille, récemment publiées dans les *Annales de Chimie* et la *Bibliothèque univ.*, font entrevoir la possibilité de découvrir bientôt si les causes des contractions musculaires dans les autres animaux ont l'électricité pour cause, ainsi que semblent le démontrer les curieux essais de M. Prévost. Le problème de l'électricité de la torpille a fait, depuis peu, un grand pas; car les faits suivants paraissent bien avérés maintenant :

1°. Elle donne des courants électriques dont l'intensité croît avec la vitalité, proportionnellement à l'activité de la circulation et de la respiration.

2°. Le physicien italien regarde, et j'ai depuis long-temps émis avec crainte et réserve cette opinion, *que les réactions physiques et chimiques* (*vitales*) sont les causes, dans la torpille comme dans tous les autres animaux, des courants électriques.

3°. Les poissons électriques possèdent un organe capable d'augmenter l'intensité des courants, et c'est en cela seulement qu'ils paraissent différer des autres animaux.

4°. La torpille possède un organe particulier, un lobe du cerveau qu'on est tenté de regarder comme le levier sur lequel agit directement la volonté de l'animal.

N'est-il pas permis d'espérer qu'on pourra bientôt, dans les différents animaux, remplacer par des moyens artificiels les organes électriques du gymnote, etc., et obtenir des phénomènes analogues à ceux produits par ces êtres si long-temps mystérieux? Dans l'impossibilité où nous sommes de déterminer actuellement le mode d'action de l'électricité dans les

Digitized by Google

êtres organisés, je me contenterai d'exposer ici l'analogie que peuvent avoir les faits qui en résultent avec ceux que j'ai signalés dans mon mémoire sur l'induction. La ressemblance entre les commotions de la torpille, et celles qu'on obtient d'une hélice au moment où les communications du courant qui la traverse sont interrompues, m'a conduit à supposer que l'organe électrique de ce poisson devait consister en un filet nerveux, très-long, disposé de manière que ses parties agissent les unes sur les autres par induction, et destiné à augmenter, au moment où la volonté de l'animal ouvre le circuit en un point quelconque, les courants qui le traversent, et qui ont pour cause principale les actions chimiques qui entretiennent la vie. Ces idées trouvent encore de la force dans ce fait : que les fils de l'hélice étant mal isolés peuvent propager la secousse dans la matière qu'ils entourent ou dont ils sont enveloppés, lorsque la tension devient très-forte, et capable de vaincre la couche isolante.

§ 2. *Des actions physiologiques des piles.*

166. Les commotions produites par les piles ne se manifestant qu'au moment où le circuit est fermé ou interrompu, il devenait important de déterminer si après une impulsion instantanée les nerfs reviennent à leur état naturel, et y persistent tant que dure le courant. J'ai depuis long-temps admis une opinion contraire, et pensé que la matière nerveuse est dans un état de tension qui ne cesse qu'avec le courant, et je suis heureux de me trouver d'accord ici avec MM. Becquerel et Matteucci. Cette hypothèse, insuffisante il est vrai quand on veut expliquer les contractions musculaires dues à des courants puissants, est très-conforme aux actions des courants faibles agissant *directement* ou *inversement*.

167. Les sensations électriques sont pour moi le résultat de commotions successives et périodiques imprimées aux nerfs. Elles dépendent de l'intensité de la commotion, de sa durée et de la sensibilité de l'organe frappé, et doivent avoir une

Digitized by Google

limite analogue à celle découverte par M. Savart pour les sons. Aux faits déjà cités à ce sujet dans mon mémoire sur l'induction, je joindrai le suivant facile à vérifier. Je prends une pile à auge de trente ou quarante éléments ayant les extrémités des réophores en platine. Je saisis l'un d'eux avec les doigts mouillés de la main droite ; la gauche maintient l'autre fil sur le bord de la langue. Pour une certaine intensité du courant, on éprouve sur la langue le même effet qu'avec un fil très-chaud; il y a une sensation de brûlure permanente, et qui persiste plusieurs jours; il y a une atonie prolongée dans les nerfs long-temps touchés. En promenant le fil de platine sur le milieu de la langue où les nerfs sont en moins grande quantité, on n'éprouve plus rien, sinon quand on ferme ou quand on ouvre le circuit. Le même effet a lieu si l'on diminue le nombre des couples. Je crois donc avoir suffisamment démontré que l'action d'un courant est continue, et que la sensation n'apparaît que dans des cas faciles à apprécier, quoique les nerfs soient toujours dans un état de tension qui ne cesse qu'avec le courant. Un dernier fait montrera mieux encore l'action des commotions continues dans les contractions musculaires.

168. M. Jardin, propriétaire à Saint-André-de-Fontenay, près Caen, est atteint d'une hémiplégie de la face, qui résista pendant trois mois à tous les remèdes, même les plus violents employés dans ce cas. L'œil gauche constamment ouvert, le nez et la bouche déviés lui rendaient la figure hideuse, et, ce qui était fort gênant, c'est que les muscles de la joue droite ne pouvaient amener sous la dent les aliments qu'il était obligé de faire mouvoir avec ses doigts. Nous le soumîmes en cet état à l'action des courants interrompus en commençant par l'œil. Nous faisions passer le courant sur la paupière de manière à agir sur le nerf sus-orbitaire. Aussitôt que les commotions devenaient un peu rapides l'œil se fermait, et, en augmentant encore la vitesse de la roue, on pouvait le maintenir fermé sans douleur pour le malade, sous l'action de secousses se succédant alors avec une grande rapidité, et produisant

Digitized by Google

l'action d'un courant continu; dès qu'on cessait l'action, la paupière partait comme un ressort et l'œil s'ouvrait. Après quelques séances il put fermer l'œil, et maintenant il est parfaitement guéri. En soumettant les diverses parties malades au même traitement, j'ai eu la satisfaction de rendre à M. Jardin l'usage de toutes les parties de la face, excepté des lèvres, sur lesquelles j'ai peu opéré, afin de savoir quelle part on doit accorder à l'électricité dans cette cure. Depuis un an les lèvres n'ont pas changé, et le malade éprouve de la difficulté à siffler. C'est sur cette partie que je vais maintenant opérer. Enfin, dans le traitement d'une hémiplégie où l'on employait une pile à auge et l'acupuncture, le malade éprouvait des douleurs atroces et continues, seulement pendant le passage du courant.

Il est impossible de ne pas voir dans ces faits la confirmation des idées émises précédemment.

FIN.

Digitized by Google

ERRATA.

Page 6, ligne 5, *au lieu de* fig. 7, *lisez :* fig. 1.
— 15, formule 3, *au lieu de* $a \cos \varepsilon$, *lisez :* $ii' a \cos \varepsilon$.
— 17, ligne 4, *au lieu de* $\sqrt{(s-s' \cos \varepsilon)}$, *lisez :* $\sqrt{(s-s' \cos \varepsilon)^2}$.
— 18, — 5, *au lieu de* herizontal, *lisez :* horizontal.
— *id.* — 9, *au lieu de* $\cot \varepsilon + \frac{\pi}{2}$, *lisez:* $\frac{\pi}{2} \times \cot \varepsilon$.
— *id.* ligne dernière, *au lieu de* $(s-s' \cos \varepsilon)^2$, *lisez :* $(s-s')^2$.
— 19, ligne dernière, *au lieu de* $\sin \varepsilon$, *lisez :* $\sin^2 \varepsilon$.
— 20, ligne première, *mettez avant la parenthèse :* $\frac{1}{\sin^2 \varepsilon}$.
— *id.* — 16, *au lieu de* s' et 2, *lisez :* $2 s'$.
— 22, ligne première, *au lieu de* fini, *lisez :* infini.
— *id.* — 17, *au lieu de* ds, *lisez :* ds'.
— *id.* — 23, *au lieu de* $- \cos \beta_2$, *lisez :* $+ \cos \beta_2$.
— 23, — 20, *au lieu de* $\cos \theta' ds$, *lisez :* $\cos \theta' dx$.
— 25, — 12, *au lieu de* formé, *lisez :* fermé.
— 26, — 3, *au lieu de* $(m-x)+b^2$, *lisez :* $(m-x)^2+b^2$.
— *id.* *multipliez les valeurs de F par* $\frac{ii'}{2}$, *et à la place de* $m-n$, *mettez partout* $m-x$.
— *id.* ligne 10, *au lieu de* $\log. \{ \quad \}^2$, *lisez :* $\log. \{ \quad \}^{\frac{1}{2}}$.
— *id.* ligne dernière, *au lieu de* $\frac{\varphi}{a}$, *lisez :* $\frac{a}{2}$.
— 27, — 2, *au lieu de* $ii' ds' \cos \varepsilon$, *lisez :* $ii' a ds' \cos \varepsilon$.
— *id.* — 6, *ajoutez* 42 *devant le paragraphe.*

Digitized by Google

Page 28, ligne première, *au lieu de* ds, *lisez :* dz.
— *id.* — dans les formules (b), *effacez partout*).
— 30, — 6, *au lieu de* $\sin \varepsilon$, *lisez :* $\sin \omega$.
— *id.* — 16, *au lieu de* tang. $m'mA$, *lisez :* tang. $o'oA$.
— 33, — 4, *au lieu de* x_2, *lisez :* x_1.
— *id.* — 17, *au lieu de* $Am'm'$, *lisez :* $Am'n'$.
— 52, — 26, *au lieu de* $o'n$, *lisez :* $o'R$.
— 53, — 13, *effacez* serait évidemment.
— 55, — 22, *au lieu de* dz, *lisez :* dx.
— 56, — 6, *au lieu de* du, *lisez :* dv.
— *id.* — 11, *au lieu de* $= \varepsilon MAo$, *lisez :* $= IAo$.
— *id.* — 15, *lisez :* $\int \mu (\sin \varepsilon d\varepsilon - \sin \varepsilon_1 d\varepsilon_1)$

$$= \mu (\cos \varepsilon'' - \cos \varepsilon' + \cos \varepsilon'_1 - \cos \varepsilon''_1).$$

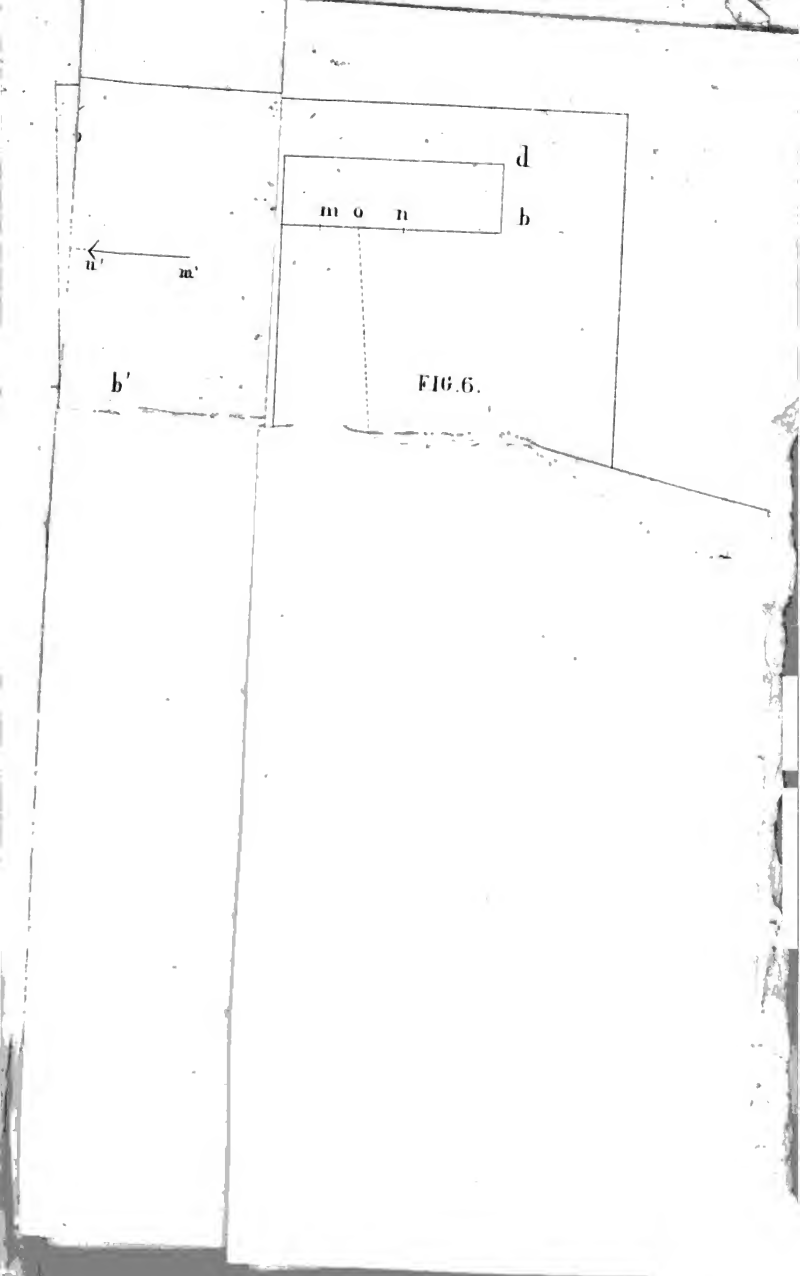

FIG. 6.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google